

Zadania – etap III

(klasy 7 i 8 szkoły podstawowej i klasa III gimnazjum)

Zadanie 1. Która z liczb jest większa:

$$a = \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{7}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{2}{2009}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{2011}\right),$$

czy $b = (65 - 1) \cdot (65 - 3) \cdot (65 - 5) \cdot \dots \cdot (65 - 97) \cdot (65 - 99)$? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2. Dany jest prostokąt ABCD o polu 120 cm^2 . Punkty E, F, G i H dzielą odpowiednio boki AB, BC, CD i DA w stosunku 1:4, tzn. $\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|BF|}{|FC|} = \frac{|CG|}{|GD|} = \frac{|DH|}{|HA|} = \frac{1}{4}$. Oblicz pole równoległoboku EFGH.

Zadanie 3. Średni wiek trójki dzieci i ich ojca wynosi 21 lat i jest o rok większy od średniego wieku tej trójki dzieci i ich matki. O ile lat ojciec jest starszy od matki?

Zadanie 4. Punkty $A = (-1, 4)$ i $B = (-1, -2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC, którego pole jest równe 18 cm^2 . Znajdź współrzędne punktu C wiedząc, że trójkąt ten jest równoramienny. Rozważ wszystkie możliwe przypadki (pamiętaj, że odcinek AB jest podstawą tego trójkąta).

Zadanie 5. Liczby a, b, c są dodatnie. Wykaż, że: $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{(a+1)(b+1)} + \frac{c}{(a+1)(b+1)(c+1)} < 1$.

Opracował: M. Bednarczyk