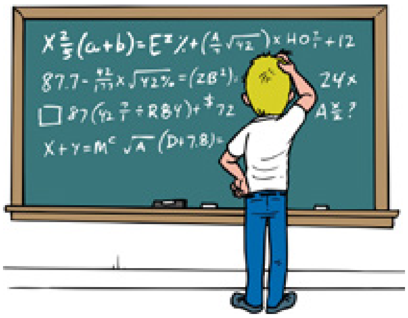


Od pewnego czasu obserwuję obniżanie się poziomu wiedzy szkolnej z matematyki. Bez laptopa czy tabletu ani rusz. Jednak ciągłe poszukiwanie wiedzy w Internecie, to tak jak liczenie tylko z kalkulatorem. Powoli nabyte umiejętności zanikają. Co więcej wydaje się, że bez tych „naukowych protez" nic nie możemy zrobić. A przecież nie ma postępu bez dobrej wiedzy matematycznej. Ona jednak wymaga czegoś więcej niż „sztucznej inteligencji". Ciągle wiele nowych faktów w nauce potwierdza, że znajomość matematyki jest niezbędna

Kwazikryształy – Nagroda Nobla w 2011 r. czyli bez matematyki ani rusz

Krystyna Nowicka
Centrum Nauczania Matematyki i Kształcenia na Odległość

Praktycznie cała współczesna nauka oparta jest na matematyce. Nie bez powodu poziom dojrzałości naukowej cywilizacji jest często mierzony poziomem używanej matematyki. W tym sensie geometria była podstawowym narzędziem technologicznej i naukowej ewolucji wszystkich cywilizacji, a jednocześnie można powiedzieć, że to technologiczne i naukowe wymagania stoją za rozwojem geometrii

M.J. Binimelis „Nowy sposób widzenia świata (geometria fraktalna)"

Kwazikryształami, o których mowa w tytule artykułu zainteresowałam się przypadkowo. Po wykładzie o złotej liczbie i ciągu Fibonacciego zajrzałam do pewnego czasopisma chemicznego. No i zostałam zaskoczona, bo była w nim mowa zarówno o ciągu Fibonacciego, jak i pewnych faktach, o których wspomniałam na wykładzie. Nie wiedziałam jednak, że one są tak użyteczne, ale cóż, jak to zwykle bywa, brak czasu nigdy nie pozwalał mi zainteresować się bliżej chemią. Z lektury artykułu dowiedziałam się, że do uznania wyników badań Daniela Shechtmana – izraelskiego chemika, który w 2011 r. otrzymał Nagrodę Nobla, przyczyniła się matematyka.

Aby wyjaśnić istotę nowej materii, tj. kwazikryształów, trzeba było szukać wiedzy w matematyce. Niezbędny okazał się tu zarówno ciąg Fibonacciego (a więc i złota liczba), jak i złote romby, mozaiki Penrose'a oraz pewne wielościany, które były dotychczas pomijane. Na wstępie jednak należałoby wyjaśnić, na czym rzecz polega bez zagłębiania się w szczegóły z dziedziny chemii.

Niemal wszystkie ciała stałe składają się z kryształów. Do nich właśnie odnoszą się klasyczne grupy krystalograficzne i pełna analiza badań. Konstrukcja trójwymiarowej periodycznej (tj. okresowej) sieci przestrzennej dla kryształów polega na utworzeniu tzw. prostej sieciowej, na której punkty znajdują się w tych samych odległościach od siebie. Poprzez translacyjne (translacja = przesunięcie) powielenie takiej prostej w jednej płaszczyźnie uzyskuje się periodyczną sieć płaską. Natomiast periodyczne powtarzanie punków na płaszczyźnie generuje trójwymiarową periodyczną sieć przestrzenną.

Powyższa procedura nie jest możliwa do przeprowadzenia w przypadku struktur kwaziperiodycznych. Kwazikryształy są bowiem stanem materii skondensowanej, w której opisie znane dotąd metody nie znajdują zastosowania. Dlatego odkrycie Shechtmana początkowo nie znalazło akceptacji w środowisku krystalografów. Niemniej naukowcy, którzy powtarzali jego eksperymenty otrzymywali podobne struktury, jednak przez długi czas nie udawało się wyjaśnić, jak to wszystko jest możliwe.

W wyjaśnieniu tego zjawiska pomogła – jak zwykle – matematyka oraz… mozaiki arabskie, które są wspaniałym osiągnięciem geometrii. Aby zrozumieć konfigurację wewnętrznej budowy kwazikryształów początkowo jest pomocna analiza jedno- i dwuwymiarowych struktur aperiodycznych (nieokresowych).

I. Jednowymiarowe struktury aperiodyczne

Do wyjaśnienia tych struktur przydatny jest znany od dawna w matematyce (1202 r.) ciąg liczbowy Fibonacciego:

$$\begin{cases} f_1 = 1, \quad f_2 = 1 \\ f_{n+2} = f_{n+1} + f_n \quad dla\ n = 1,2,\ldots \end{cases}$$

Z reguły tej wynika, że dowolny element ciągu Fibonacciego jest sumą dwóch poprzedzających go elementów. Stąd elementami ciągu są liczby 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 31, 55, 89, 144 … itd.

Oprócz tego dla dostatecznie dużych n

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} \approx \varphi = 1,618034 \ldots \text{ - złota liczba}$$

Ciąg ten wykazuje również szereg właściwości, które mają odniesienie także do struktur kwazikrystalicznych. Konstrukcja jednowymiarowej aperiodycznej (nieokresowej) sieci przestrzennej jest realizowana poprzez wykorzystanie ciągu Fibonacciego w następujący sposób. Wprowadza się odcinek krótki S oraz odcinek długi L. Odcinki te wyznaczają pierwsze punkty jednowymiarowej sieci aperiodycznej, a stosunek odcinków wynosi $L/S=\varphi$. Kolejne człony tej sieci zwanej łańcuchem Fibonacciego, zawierają ciąg punktów według reguły:

$$F_1 = S \;,\; F_2 = L \;,\; F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

dla n = 1, 2, 3…

Kilka pierwszych członów łańcucha Fibonacciego wynikających z tej procedury ma postać:

S, L, LS, LSL, LSLLS, LSLLSLSL, …

Liczba elementów w poszczególnych członach odpowiada liczbom Fibonacciego

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …

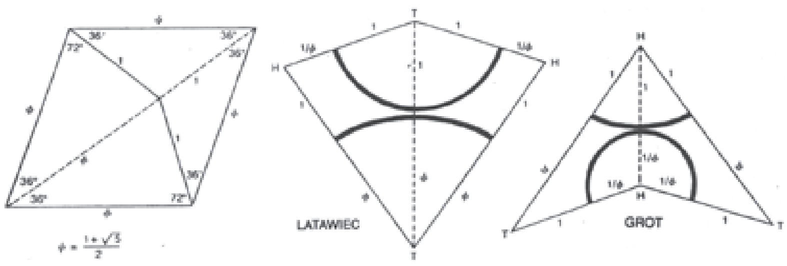
Położenie punktów jednowymiarowej sieci aperiodycznej może być też opisane za pomocą pewnej funkcji, we wzorze której występuje złota liczba.

II. Kwaziperiodyczność na płaszczyźnie – pokrycia Penrose'a

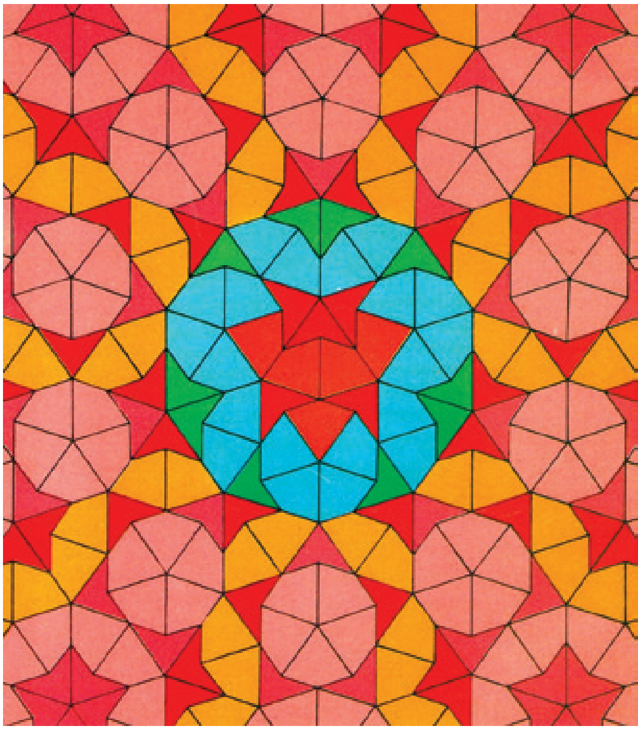
Rozmieszczenie tzw. refleksów dyfrakcyjnych uzyskiwanych od kwazikryształów wykazuje właściwości, które są charakterystyczne dla aperiodycznych (nieokresowych) dwuwymiarowych pokryć. W ich analizie pomogły występujące już w matematyce mozaiki nieokresowe. Można je już spotkać w zabytkach sztuki muzułmańskiej czy mauretańskiej.

Mówiąc bardzo ogólnie, mozaiki nieokresowe są to takie mozaiki, w których nie można wyróżnić podstawowego motywu wypełniającego płaszczyznę wyłącznie za pomocą przesunięć. Do lat 70. XX wieku takie mozaiki stanowiły nie lada wyzwanie dla matematyków. W 1973 r. angielski matematyk Sir Roger Penrose (ur. w 1931 r.) stworzył mozaiki, które obecnie nazywa się mozaikami Penrose'a. Zaproponował on układanie mozaiki powstałych z podziału rombu o kącie równym 72° (rys. 1) na 2 części, tzw. latawiec i grot.

Aby uniemożliwić złożenie z powrotem rombu, krawędzie strzałki i latawca są pokolorowane inaczej. Posługując się tymi elementami można zbudować dywan pokrywający całą płaszczyznę. Taki dywan jest nieperiodyczny (nieokresowy) ma długozasięgowe uporządkowanie o osi pięciokrotnej symetrii i, co najważniejsze, jest samopodobny (rys. 2).



Rys. 1



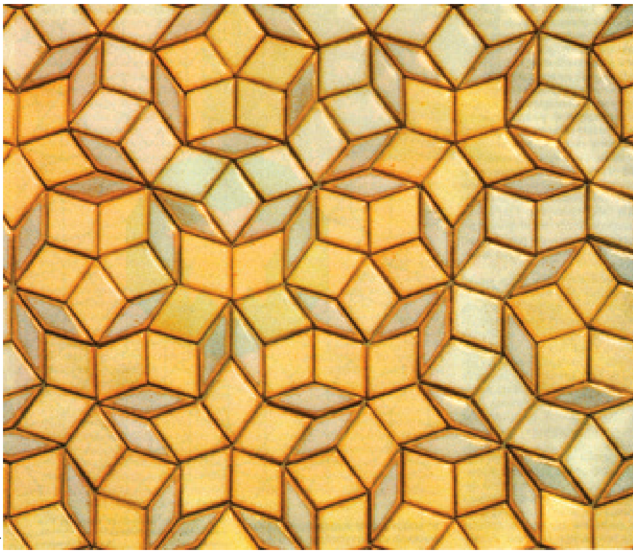
Rys. 2

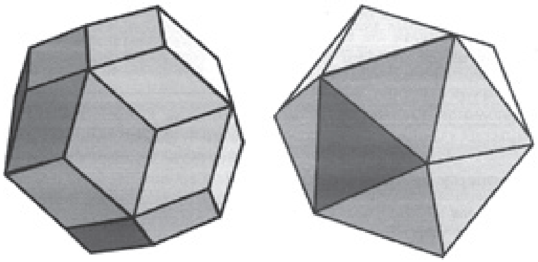
Sam Penrose stworzył jeszcze inny zestaw płytek, obie w kształcie rombu. Były to romby o kątach ostrych 36° – romb cienki i 72° – romb gruby, które należy odpowiednio układać (rys. 3).

Analiza tych aperiodycznych pokryć dwuwymiarowych okazała się bardzo przydatna do opisu struktur kwazikrystalicznych.

III. Aperiodyczność w przestrzeni

Większość stopów na bazie aluminium, w których stwierdzono występowanie stanu kwazikrystalicznego, wykazuje symetrię charakterystyczną dla dwudziestościanu foremnego zwanego ikosaedrem lub też wielościanu zwanego triakontaedrem rombowym (rys. 4). Wielościany te odgrywają kluczową rolę w modelowaniu przestrzennej konfiguracji atomów w kwazikryształach.


Rys. 3


Rys. 4

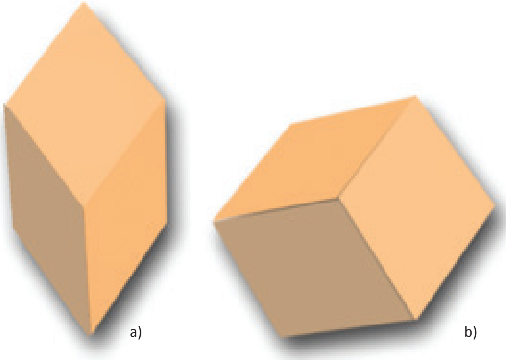
Oprócz tego modelowanie trójwymiarowe kwazikryształów odbywa się (między innymi) za pomocą dwojakiego rodzaju romboedrów (rys. 5) zwanych romboedrami Ammanna. Mają one identyczne ścianki w kształcie złotego rombu (stosunek dłuższej przekątnej do krótszej jest złotą liczbą).

Wśród aperiodycznych struktur przestrzennych można spotkać też wiele innych wielościanów, takich jak np. trzydziestościan, dwudziestościan rombowy lub dwunastościan rombowy.

Na zakończenie należałoby wyjaśnić, jakie zastosowanie praktyczne mają kwazikryształy. Jak wynika z wielu opracowań materiały zbudowane z kwazikryształów są wyjątkowo odporne na korozję i przywieranie, są też świetnymi materiałami termoelektrycznymi. W związku z tym jednym z najbardziej obiecujących zastosowań są pokrycia elementów metalowych cienkimi warstwami kwazikrystalicznymi. O wielu innych zastosowaniach można przeczytać w książkach o kwazikryształach (M.R. Surowiec, *Kwazikryształy*, WNT 2008) lub artykułach w czasopismach chemicznych, czy też na stronach internetowych.

Odkrycie kwazikryształów – nowego stanu materii – zrewolucjonizowało podejście do opisu ciała stałego, zwłaszcza w odniesieniu do przestrzennej konfiguracji atomów w ciele stałym. Jednocześnie przypadek Shechtmana, który początkowo spotkał się z niezrozumieniem środowiska naukowego, pokazuje, że nie powinno nas ograniczać konwencjonalne myślenie.

Po raz kolejny okazało się, że znajomość matematyki jest przydatna w różnych sytuacjach, tym razem dzięki zastosowaniu znanych wcześniej twierdzeń możliwe było potwierdzenie teorii dla kwazikryształów. ■



Rys. 5

Romboedry Ammanna: a) wydłużony b) spłaszczony