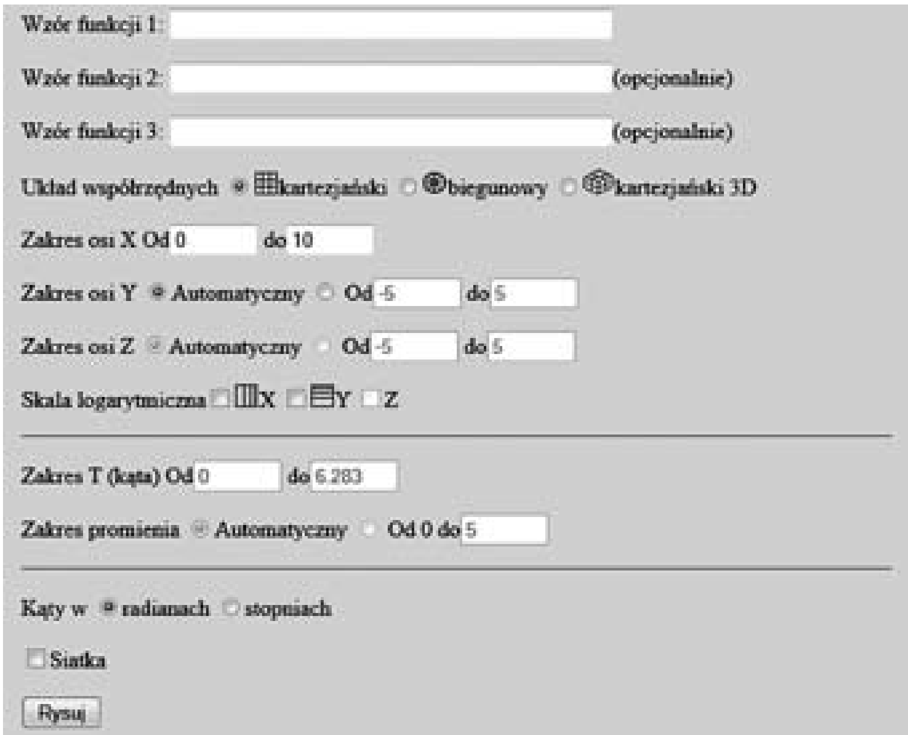
Wizualizacje w nauczaniu matematyki

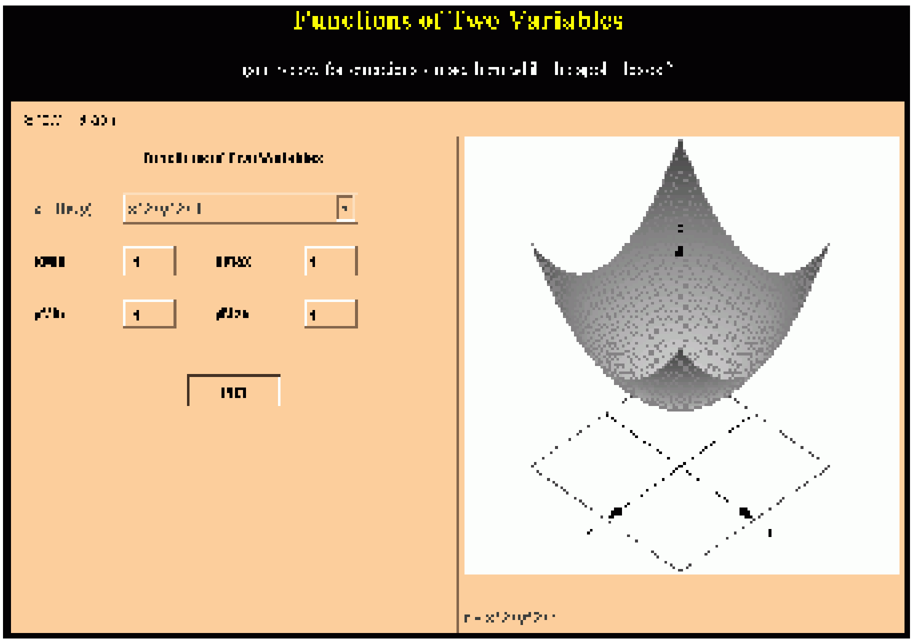
Proces globalizacji i tworzenia się społeczeństw informacyjnych stał się faktem. Cały czas aktualizowana wiedza jest niezbędnym czynnikiem, który pozwala na poruszanie się we współczesnym świecie. Tylko nowoczesna edukacja jest dzisiaj w stanie zapewnić awans cywilizacyjny młodzieży. Jak widać, dostęp do mediów i właściwe stosowanie nowych technologii są niezwykle istotne nie tylko ze względu na wykorzystanie ich w procesie podnoszenia jakości i uatrakcyjniania kształcenia. Studenci nie mający możliwości nauki za pomocą nowoczesnych narzędzi nie będą mogli w pełni rozwijać umiejętności przydatnych we współczesnym świecie. Izolacja zmniejsza szanse absolwentów szkół na konkurencyjnym rynku pracy. Obecnie powstaje coraz większa przepaść pomiędzy osobami mającymi dostęp do technologii i informacji, a tymi, którzy go nie mają.

Mija prawie 40 lat od pojawienia się pierwszych inżynierskich kalkulatorów i wykorzystywania ich w procesie kształcenia z matematyki. W 1972 roku Hewlett-Packard wprowadził na rynek swój pierwszy „naukowy” kalkulator HP-35. Umożliwiał on obliczanie wartości funkcji takich jak log 3, sin 3 itp. Obecnie komputery, laptopy, palmtopy czy urządzenia mobilne mają wbudowane oprogramowanie umożliwiające wykonywanie wielu obliczeń.

W związku ze zmianami, które niosą ze sobą Krajowe Ramy Kwalifikacji, uczelnie będą mogły samodzielnie kształtować programy i wymagania, które spowodują określone efekty kształcenia. Otwiera to nowe możliwości w zastosowaniu komputerów i nowych technologii w nauczaniu matematyki na tym etapie kształcenia. Jeżeli nowe technologie zostaną wykorzystane właściwie, to z pewnością przyczynią się do podnoszenia jakości kształcenia. Jeżeli jednak staną się one substytutem tradycyjnego nauczania i swego rodzaju rusztowaniem dla braków w edukacji matematycznej, to skutki takiego postępowania mogą być wręcz nieodwracalne. Źle przygotowani do wykonywania zawodu inżynierowie, przyszli pracownicy naukowi czy nauczyciele będą na coraz niższym poziomie edukować i kształtować przyszłe społeczeństwo. Nie da się ukryć, że ciągły przyrost wiedzy zmusza nas do efektywnego wykorzystania czasu przeznaczonego na edukację. Oprócz tego studenci są bardzo krytycznym i wymagającym odbiorcą, a oferta możliwości rośnie z dnia na dzień. Właściwe przygotowanie nauczycieli oraz stwarzanie możliwości wykorzystania technologii w nauczaniu nabiera dziś priorytetowego znaczenia. Na całym świecie prowadzi się badania nad wykorzystywaniem multimediów w dydaktyce matematyki. Na przykład badania przeprowadzone przez



Rys. 1. Aplikacja do rysowania wykresów funkcji (2D oraz 3D), dostępna online (http://www.wykresyfunkcji.pl/zaawansowane.php)

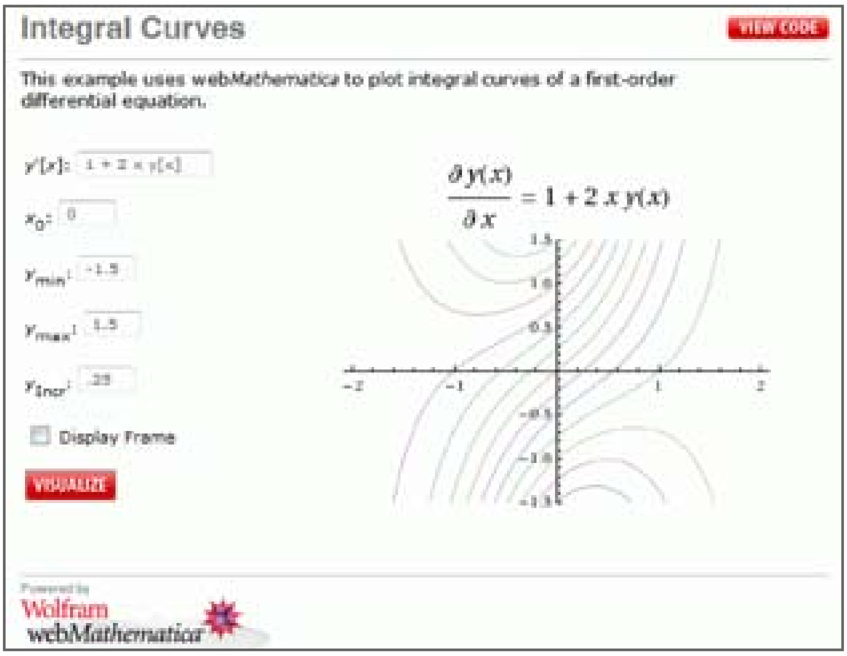


Rys. 2. Przykład interaktywnego apletu dostępnego na edukacyjnych stronach internetowych MIT

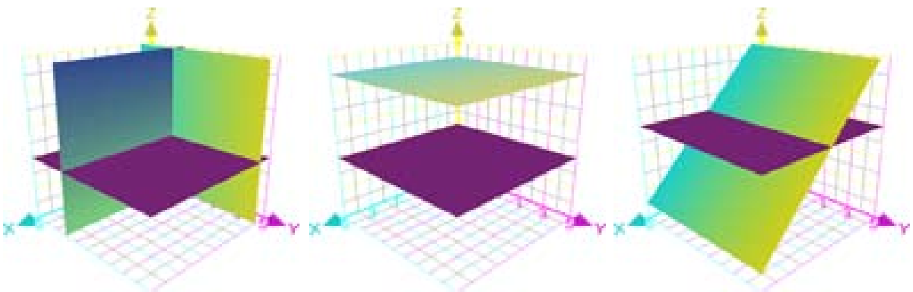
MIND Research Institute, pozarządowy instytut badawczy w Stanach Zjednoczonych dowodzą, że warto posługiwać się na lekcjach obrazem, aby wytłumaczyć uczniom matematykę. W okręgu Orange w Kalifornii wykorzystanie multimediów matematycznych na lekcjach podwoiło liczbę pozytywnych ocen w testach.

Już w roku 2000 w czasopiśmie „Matematyka i komputery" prof. Henryk Kąkol stwierdził, że pojawienie się w szkole nowoczesnych środków technicznych zmieniło zakres treści matematycznych przeznaczonych do opanowania przez ucznia. Postawił wręcz pytanie „Czy środki te spowodują usunięcie z obowiązujących obecnie programów nauczania kolejnych treści matematycznych?" To jest właśnie problem, którym należy się jak najszybciej zająć. Obecnie temat ten nie jest wystarczająco dobrze opracowany. Korzystanie z kalkulatorów do żmudnych obliczeń rachunkowych stało się już dawno normą, część umiejętności takich jak posługiwanie sie suwakiem logarytmicznym już dawno zniknęła z programów kształcenia. Być może należy wspomóc inne umiejętności matematyczne technologią, aby usprawnić kształtowanie rozumowania matematycznego i otworzyć studentów na nowe sposoby rozwiązywania problemów związanych z modelowaniem matematycznym. Tym bardziej, że technologie informacyjne cieszą się ogromnym zainteresowaniem studentów, nawet tych, którzy mają słabsze wyniki w nauce. Zastosowanie technologii umożliwia analizę (statystyczną) dużych zbiorów danych, pochodzących np. z eksperymentów, sprawne wykonywanie obliczeń przybliżonych z daną dokładnością, konstruowanie komputerowych modeli zjawisk i ich symulacji. Nie da się tego osiągnąć, stosując tylko i wyłącznie tradycyjne metody kształcenia studentów. Należy jednak podkreślić, że musimy bardzo rozważnie rozstrzygnąć, które z umiejętności mogą być zastępowane wsparciem technologicznym, a kiedy technologia powinna stanowić ewentualnie tylko narzędzie weryfikujące poprawność wykonywanych działań. Na przykład należy odpowiedzieć na pytanie typu: Czy umiejętność dzielenia wielomianów lub rozkładu funkcji wymiernej na ułamki proste można zastąpić wsparciem komputerowym? Z jednej strony skróci to znacznie czas rozwiązywania zadań rachunkowych związanych z obliczaniem całek z funkcji wymiernych czy rozwiązywaniem równań różniczkowych przy wykorzystaniu transformaty Laplace'a, ale czy z drugiej strony nie spowoduje braku w wiedzy, którego konsekwencją będzie nieumiejętność rozwiązania innych zadań? Powodzenie w stosowaniu nowych technologii w edukacji matematycznej na tym etapie kształcenia zależy od stopnia ich integracji z treściami i metodami uczenia się i nauczania, a więc od opracowania ich zastosowań w programach nauczania i w dostępie do pomocy dydaktycznych dla studentów oraz dla nauczycieli. To właśnie tu czają się największe zagrożenia związane z kształtowaniem bezpośrednio przez uczelnie programów kształcenia. Z jednej strony jest to ogromna szansa na wypracowanie nowych metod i technik kształcenia, nowatorskich programów i oryginalnego podejścia do osiągania coraz lepszych efektów nauczania. Jednakże należy zwrócić uwagę, że jest to jednocześnie zagrożenie dla jakości kształcenia przez zbyt lekkomyślne eliminowanie umiejętności matematycznych, jakich potrzebuje przyszły inżynier. Należy pamiętać, że niż demograficzny spowodował, iż znacznie obniżył się również średni poziom wiedzy przeciętnego studenta (liczba studentów rośnie, a populacja się zmniejszyła). Teraz właściwe wykształcenie podobnej liczebnie grupy studentów wymaga więcej czasu i zaangażowania. Należy uczyć studentów umiejętnego wykorzystania technologii, nie eliminującego zaangażowania intelektualnego, myślenia czy krytycyzmu. Prowadzenie zajęć z wykorzystaniem technologii informacyjnych powinno wpływać na wzrost aktywności studentów oraz na lepsze usystematyzowanie wiadomości i umiejętności.

Wydaje się na pierwszy rzut oka, że elektronicznie można kształcić większą grupę studentów w krótszym czasie i przy pomocy mniejszej grupy nauczycieli. Jak wiadomo jednak, właściwie przygotowany proces kształcenia przy użyciu nowych technologii jest niezwykle kosztochłonny i wymaga bardzo dużego nakładu pracy. Na przykład bardzo kosztowne jest usuwanie trudności wynikających z konieczności zastosowania intuicyjnego dla studenta interfejsu pozwalającego na komunikację za pomocą symboli i oznaczeń matematycznych z wykorzystywanym programem. Potrzebna jest do tego praca wykwalifikowanych informatyków i często drogie oprogramowanie czy sprzęt. Na rynku brakuje również odpowiednio skonstruowanych podręczników oraz skryptów (zarówno dla studentów, jak i dla nauczycieli akademickich) zawierających opracowane do wykorzystania tematy z zaproponowanymi metodami wykorzystania nowych technologii. Brakuje również praktycznych, przeanalizowanych pod względem metodycznym i merytorycznym, przykładów zadań.



Rys. 3. Przykład ze stron http://www.wolfram.com/ oferujących dostępne online nieodpłatnie aplikacje wspomagające rozwiązywanie pewnych zagadnień z zakresu różnych dziedzin matematyki



Rys. 4. Płaszczyzny w przestrzeni (program Graphing Calculator 3D 3.2)

Nawet na niższych etapach kształcenia komputery i IT nie zostały dotychczas zintegrowane z żadną dziedziną nauczania – stanowią jedynie wsparcie metod tradycyjnych. W nauczaniu w szkole wyższej nowe technologie mogą stanowić dobre, funkcjonalne wsparcie metod tradycyjnych i otworzyć studentów na nowe sposoby postrzegania poszukiwania rozwiązań problemów matematycznych.

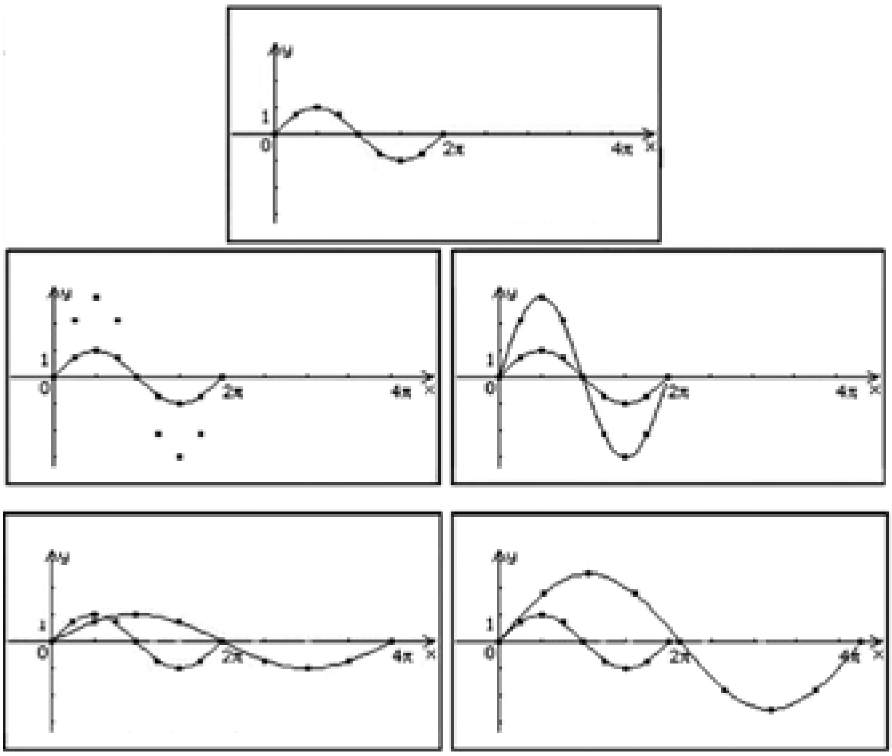
Przejdźmy do kilku przykładów zastosowań programów komputerowych w nauczaniu matematyki. Dostępnych jest wiele programów, które można wykorzystać w trakcie zajęć z matematyki. Pozwalają one na skupienie się na rozwiązywaniu złożonych problemów z pominięciem etapu żmudnych obliczeń czy odręcznego szkicowania wykresów funkcji, które jest również mniej precyzyjne (rys. 1, rys. 2, rys. 3).

Pierwszy problem, jaki napotykamy przy wyborze oprogramowania, to konieczność wykorzystywania przez studentów oznaczeń i symboli matematycznych. Nie jest to możliwe tylko i wyłącznie przy wykorzystaniu standardowych oznaczeń znajdujących się na klawiaturze komputera. Konieczny jest funkcjonalny interfejs umożliwiający sprawną komunikację „w języku matematycznym” użytkownika z komputerem lub innymi uczestnikami procesu kształcenia. Zaawansowane oprogramowanie inżynierskie pojawia się dopiero na wyższych latach studiów. Studenci pierwszego roku na ogół nie mieli do czynienia ze składem tekstu typu LaTeX czy językami programowania, co czyni bardzo trudnym komunikację z nimi za pomocą na przykład platformy Moodle. W tym artykule znajdują się tylko pewne przykłady wykorzystania nieodpłatnego oprogramowania (dostępnego przez Internet lub do instalacji na komputerze osobistym) na zajęciach z matematyki jako wsparcie tradycyjnego procesu nauczania.

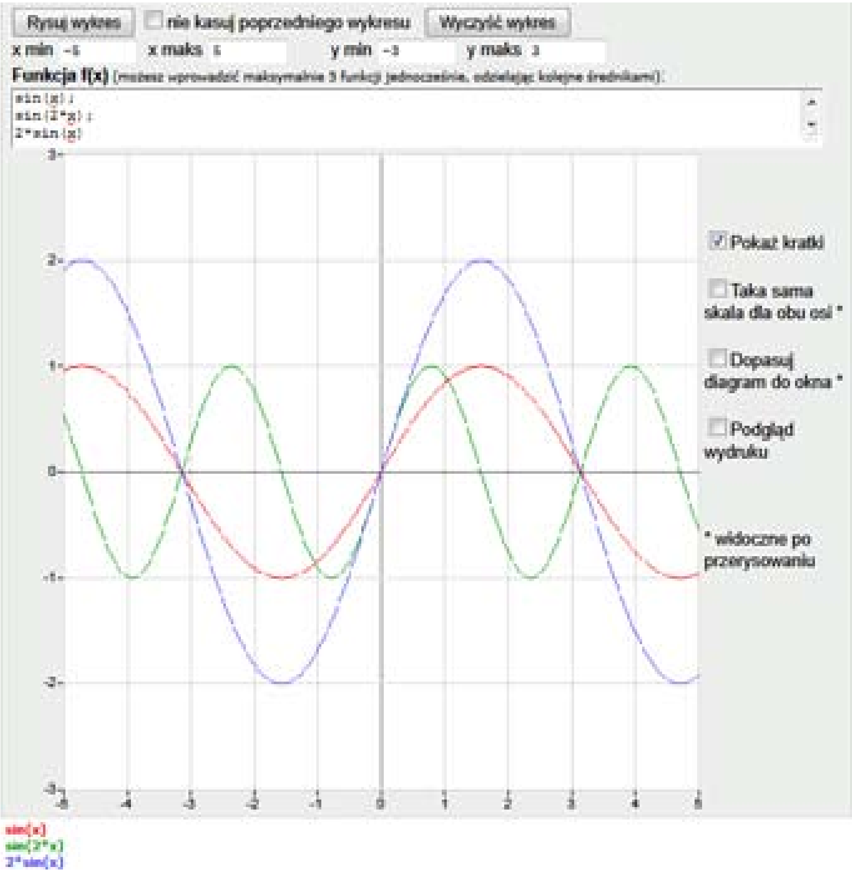
Pracownicy CNMiKnO korzystają z programu Scientific WorkPlace (w wersji sieciowej). Zdecydowaliśmy się na ten program, ponieważ umożliwia on wprowadzanie i edycję oznaczeń matematycznych oraz prowadzenie obliczeń bez potrzeby znajomości LaTeXa lub języków programowania. Nie chcemy nikogo przekonywać do wyboru określonego typu oprogramowania. Tym bardziej, że należy tu uwzględnić miejsce, w którym odbywają się zajęcia (np. problemy z dostępem do bezprzewodowego Internetu), posiadany przez studentów sprzęt komputerowy czy mobilny, systemy operacyjne, jakich używają itd.

Jako pierwszy przykład podamy proste zagadnienie związane z rozwiązywaniem układów równań liniowych. Gdy temat rozwiązywania układów równań liniowych realizowany jest w oderwaniu od podstawowych informacji z geometrii analitycznej, przeciętnemu studentowi trudno jest od razu zrozumieć (i „zobaczyć”), jakie może być rozwiązanie układu chociażby dwóch równań liniowych z trzema niewiadomymi. Jeśli wiemy, że każde z tych równań można zobrazować jako płaszczyznę w przestrzeni, to rozwiązanie takiego układu sprowadza się do „geometrycznego” pytania – „Jak mogą być położone względem siebie dwie płaszczyzny w przestrzeni?” (rys. 4). Dzięki temu widać od razu, że układ dwóch równań z trzema niewiadomymi nie może posiadać dokładnie jednego rozwiązania (dwie płaszczyzny w przestrzeni nie mogą mieć dokładnie jednego punktu wspólnego). Dla dobrego studenta przekształcenia algebraiczne nie stanowią problemu, ale przeciętny student potrzebuje wskazówek pokazujących połączenia pomiędzy „światem symboli”, a „światem geometrii”.

Omówmy następny przykład zastosowania, tym razem dostępnego online, oprogramowania. Porównywanie własności równych funkcji i parametrów, które wpływają na ich dziedzinę, zbiór wartości itp. Dzięki wykorzystaniu programów do szkicowania wykresów łatwo można przedyskutować problem na przykład równości funkcji $y_1 = 2\ln x$ oraz $y_2 = \ln x^2$ i konieczności określania ich



Rys. 5. Wykresy funkcji y = a sin (bx) dla różnych wartości a i b przy wykorzystaniu kalkulatora graficznego



Rys. 6. Wykresy funkcji y = a sin (bx) dla różnych wartości a i b przy wykorzystaniu dostępnej online aplikacji http://www.jogle.pl/wykresy /)

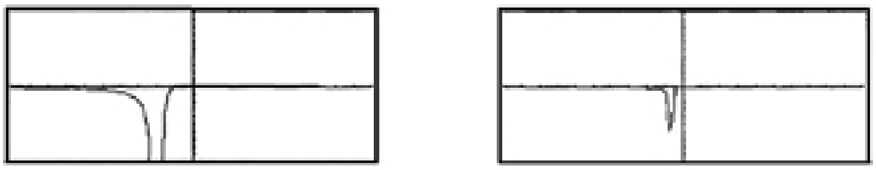
z pochopnej interpretacji geometrycznej i podkreślenia znaczenia właściwego rozumienia pojęcia funkcji, dziedziny i rzetelnego rachunkowego wsparcia przy analizie własności tej funkcji.

Przy okazji zauważmy na rys. 7 i rys. 8 różnicę pomiędzy wykorzystaniem kalkulatora graficznego i programu komputerowego. W przypadku tego drugiego wizualizacja jest o wiele lepszej jakości, co zmniejsza ryzyko popełnienia błędu w interpretacji bądź właściwym rozumieniu omawianego zagadnienia.

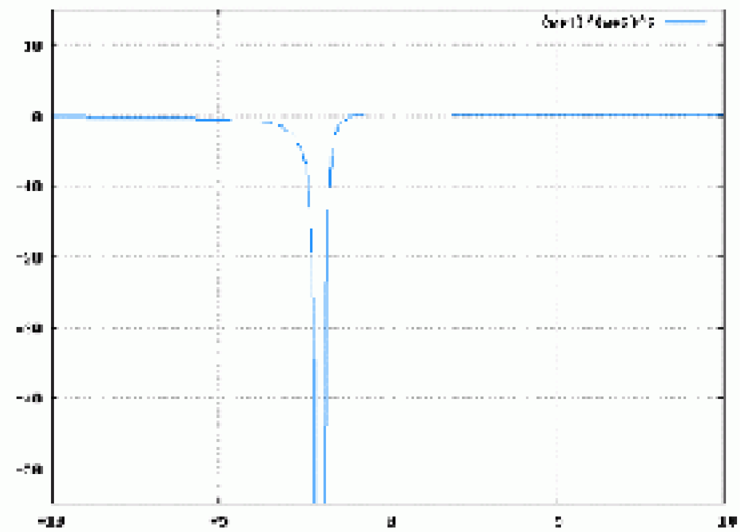
Następny przykład pokazuje, jak żmudne rachunki mogą przysłonić właściwe rozumienie rozpatrywanego problemu. Przypomnijmy, na czym polega paradoks długości gry. W pewnej grze losowej gracz za każdą wygraną partię otrzymuje jeden punkt. Gracz musi też ustalić parzystą liczbę partii do rozegrania. Prawdopodobieństwo wygrania każdej z partii wynosi na przykład 0,46. Gracz wygrywa grę, gdy zdobędzie we wszystkich partiach ponad połowę punktów możliwych do zdobycia. Ile partii do zagrania powinien wyznaczyć gracz, aby prawdopodobieństwo wygranej było jak największe? Gdyby liczba partii była dowolną liczbą naturalną, to gracz powinien wybrać grę

dziedziny. Stąd studenci szybko wnioskują na temat własności logarytmów takich jak ln a^b = b ln a czy ln(ab) = lna + lnb i zauważają, że stosowanie pewnych przekształceń wymaga zwracania uwagi na zbiory, na których je wykonujemy. Inny przykład z tego zakresu, to wykresy funkcji trygonometrycznych (których nie obejmuje obecnie obowiązująca podstawa programowa w szkołach ponadgimnazjalnych). Zauważmy, że w przypadku funkcji y = a sin(bx) dyskutowanie na temat jej własności staje się łatwiejsze dzięki zaprezentowaniu kilku wykresów tej funkcji dla różnych wartości parametrów a i b (rys. 5, rys. 6). Oczywiście nie oznacza to w żadnym wypadku ominięcia wykonywania przekształceń rachunkowych, a służy przede wszystkim pokazaniu studentom związku pomiędzy interpretacją geometryczną, a algebraicznymi rachunkami.

Podobnie jest w przypadku funkcji wymiernych. Korzystanie z programów komputerowych ułatwia znacznie rysowanie wykresów, ale i jest sposobem na pokazanie niedoskonałości tego typu narzędzia (rys. 7, rys. 8). Jest to okazja do przedyskutowania błędów wynikających



Rys. 7. Wykres funkcji $y=\dfrac{x+1}{(x+2)^2}$ *przy wykorzystaniu kalkulatora graficznego*



Rys. 8. Wykres funkcji $y=\dfrac{x+1}{(x+2)^2}$ *przy wykorzystaniu dostępnej online aplikacji (http://www.wykresyfunkcji.pl/zaawansowane.php)*

o liczbie partii wynoszącej 1. Niestety gracz może wybierać liczbę partii do rozegrania tylko spośród liczb parzystych i wtedy na wynik ma wpływ to, czy pojedyncza partia jest wygraną (a prawdopodobieństwo porażki w pojedynczej partii wynosi 0,54, czyli gra jest niekorzystna). Okazuje się, że po zastosowaniu do rozwiązania tego problemu wzoru Bernoulliego otrzymujemy następujące wartości dla kolejno wybranych, coraz większych liczb naturalnych parzystych:

Liczba prób	2	4	6	8	10	12	14	16
Wartość prawdop.	0,212	0,255	0,272	0,28	0,283	0,2843	0,2841	0,283

Przy dalszym wzroście n wyznaczane wartości prawdopodobieństwa są coraz mniejsze. Gdybyśmy zmienili warunki zadania i założyli, że prawdopodobieństwo wygrania w pojedynczej partii wynosi 0,45 (a więc jest o 0,01 mniejsze od podanego w przykładzie), to okazuje się, że należałoby wybrać 10 partii do rozegrania. Zatem mylna byłaby hipoteza, że skoro gra jest niekorzystna, to im krócej trwa, tym lepiej. Wykonanie wszystkich powyższych rachunków dla różnych wartości prawdopodobieństwa wygrania pojedynczej partii zajęłoby ogromnie dużo czasu i zniechęciłoby zapewne wielu studentów, zanim byliby w stanie zauważyć jakiekolwiek prawidłowości. Wykonanie rachunków przy pomocy odpowiedniego programu komputerowego powoduje, że można się skupić na poprawnym postawieniu i szybkiej weryfikacji hipotezy.

Zajmijmy się teraz zagadnieniami związanymi z właściwym rozumieniem pojęcia wzrostu wykładniczego (rys. 9). Na przykład, przy pomocy programu komputerowego możemy jednocześnie porównać wykresy funkcji $y = 2^x$ oraz $y = x^2$ wykonane na różnych zbiorach argumentów. Okazuje się, że dla studentów dużym zaskoczeniem jest, że na odcinku [2,4] wartości funkcji wykładniczej są mniejsze niż funkcji potęgowej i że dopiero na zbiorze takim jak [4,100] widać charakter wzrostu wykładniczego (jego „wielkość" w przypadku „dużych" wartości).

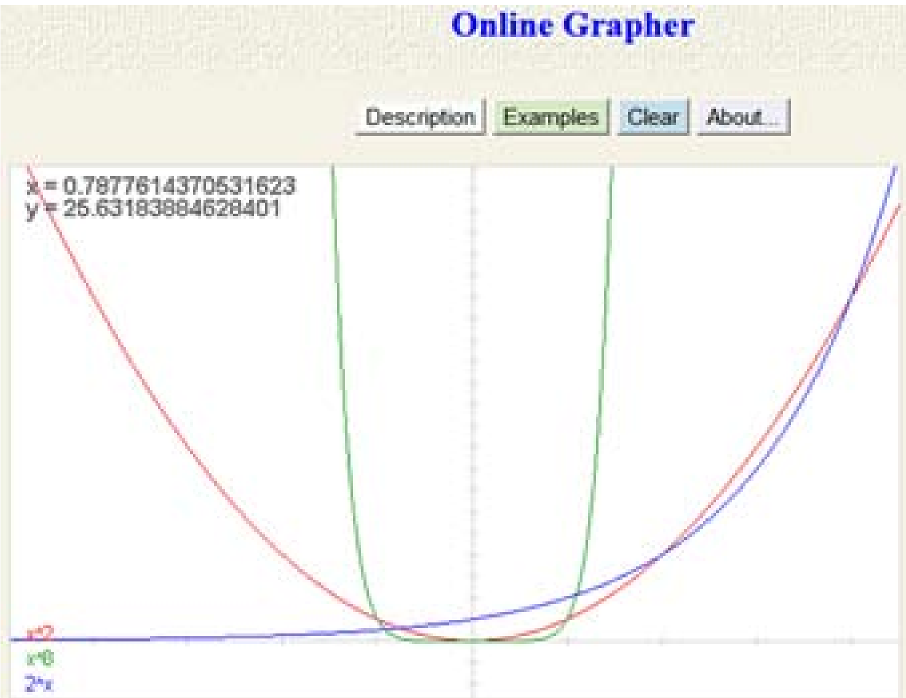
Pozwala to na zwrócenie uwagi na zbyt szybkie i pochopne stosowanie uogólnień i konieczność zwracania szczególnej uwagi na znaczenie zbioru, na którym analizujemy problem.

Następny przykład opisuje zagadnienie związane z modelami wzrostu i zaniku. Jeden z pierwszych modeli tego typu przedstawił w 1926 roku Vito Volterra (włoski matematyk). Model ten wyjaśniał zadziwiające zmiany w stosunku ilości ryb drapieżnych do ilości gatunków stanowiących ich pożywienie, spowodowane ograniczeniem połowów w czasie pierwszej wojny światowej. Dokładniej – bezpośrednio po pierwszej wojnie światowej rybacy zaobserwowali znaczne zwiększenie liczby ryb drapieżnych w Adriatyku w stosunku do okresu przedwojennego. Okazało się, że zjawiska tego nie można było wyjaśnić na gruncie samej biologii. Volterra zaproponował matematyczny model opisujący relacje między drapieżnikami i ofiarami. Model ten był wielokrotnie modyfikowany, a twórcą jednej z jego najciekawszych wersji był rosyjski matematyk, twórca współczesnej teorii prawdopodobieństwa, Andriej Kołmogorow. W modelu Kołmogorowa pojawił się efekt istnienia cyklu granicznego, a więc takiego rozwiązania okresowego, do którego zmierzają inne rozwiązania. Model ten wyjaśniał zjawisko stabilności w ekosystemie, a więc tego, dlaczego chwilowe małe zaburzenia systemu są odwracalne. W zagadnieniach związanych z tym modelem interesuje nas określenie czasu, w którym ilość wzrastających lub zanikających elementów osiągnie pewną wartość. Tutaj komputer może być wykorzystany do zilustrowania wykresów różnych modeli wzrostu i zaniku oraz stanowić doskonałe uzupełnienie tradycyjnego, symbolicznego rozwiązania problemu. Właśnie klasyczny przykład problemu Volterra drapieżnik-ofiara staje się łatwiejszym zadaniem do rozwiązania przy pomocy narzędzi graficznych. Niech na przykład model zakłada tempo wzrostu populacji typu drapieżnik-ofiara w przypadku populacji lisów i królików. Niech relacja ta będzie kształtowana przez układ równań różniczkowych:

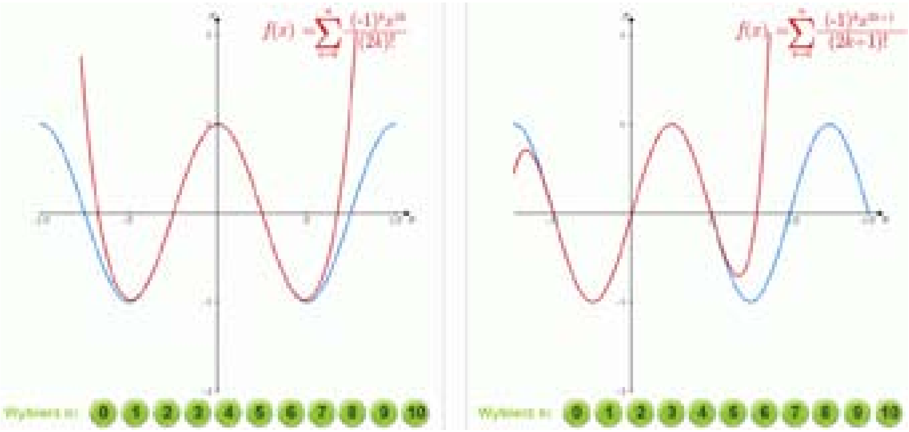
$$\frac{dF}{dt} = (-0.5 + 0.02R)F$$

$$\frac{dR}{dt} = (1 - 0.1F)R$$

gdzie y = F(t) jest populacją lisów zmienną w czasie t, a y = R(t) jest populacją królików zmieniającą się w czasie t (gdzie t mierzone jest w latach). Załóżmy, że zmieniamy początkową wielkość po-



Rys. 9. Wykresy $y = 2^x$, $y = x^2$ oraz $y = x^8$ narysowane przy pomocy aplikacji dostępnej na stronie Wydziału Matematyki University of Hawaii (http://www.math.hawaii.edu/lab/241/online-grapher.shtml)



Rys. 10. Przykład wizualizacji przy wykorzystywaniu twierdzenia Taylora w przypadku funkcji y = cos x oraz y = sin x (http://wazniak.mimuw.edu.pl)

pulacji. Jak zmieniają się wykresy tych populacji? Korzystając z komputera, możemy wykreślić krzywe powstałe przez zaznaczenie punktów (F (t), R (t)) dla kilku różnych warunków początkowych (czyli związanych z wielkością początkową populacji). Dzięki temu student może postawić hipotezę, że być może istnieje zbiór warunków początkowych, które powodują że populacja zachowa stabilność w czasie (równowagę). Hipotezę taką należy oczywiście potwierdzić analitycznie za pomocą tradycyjnych metod, a wizualizacja jest tylko graficznym wsparciem dla właściwych intuicji przy rozwiązywaniu problemu. Wykresy sugerują, że jeśli populacja początkowa wyniesie 10 lisów i 25 królików, to populacja będzie stabilna. Przykłady tego typu można znaleźć w publikacji „Graphing Calculator Intensive Calculus: A First Step in Calculus Reform for All Students" autorstwa Berta K. Waitsa i Franklina Demana z Ohio State University. Jak widać, rozwiązywanie tego typu zagadnień kształtuje również umiejętność właściwej interpretacji danych zilustrowanych na wykresach.

Można by przytaczać wiele innych zastosowań technologii w nauczaniu matematyki, jak na przykład wykorzystanie programu Maple do przedstawiania koncepcji całki w sensie Riemanna za pomocą animacji obrazującej różne sposoby podziału odcinka i zbieżności otrzymanych sum, przedstawianie ze wsparciem graficznym idei granicy funkcji czy pochodnej, wizualizacje przy zadaniach wykorzystujących twierdzenie Taylora (rys. 10).

Wykorzystanie technologii w nauczaniu pozwala na zaktywizowanie tradycyjnego procesu nauczania. Można też opisać inne zalety takiego podejścia do kształcenia. Pozwala ono między innymi na:

- głębszą analizę zagadnień dzięki możliwości wizualizacji ich graficznej interpretacji,
- rozumienie pojęć związanych z dziedziną i zbiorem wartości funkcji oraz na zagadnienia związane ze zmianą i znaczeniem skali,
- sprawniejsze odczytywanie i interpretowanie informacji wynikającej z różnego typu wykresów,
- lepsze postrzeganie połączeń pomiędzy równaniami, a ich interpretacją geometryczną,
- częstsze i sprawniejsze odwoływanie się do powiązań pomiędzy graficzną, numeryczną i algebraiczną interpretacją pojęć w rozwiązywanych problemach,
- koncentrację na rozwiązywaniu matematycznych problemów, a nie na wykonywaniu żmudnych rachunków,
- rozwiązywanie na zajęciach niestandardowych zadań, wymagających wykorzystania nierutynowych metod postępowania.

Należy pamiętać, że matematyka ma silne podstawy oparte na logice. Korzystanie z technologii nie powinno w żadnym wypadku zastąpić rozumienia koncepcji matematycznych, sprawności rachunkowej czy wręcz zupełnej rezygnacji z wszelkich tradycyjnych metod kształcenia. Studenci muszą poprawnie rozumieć matematyczne pojęcia, którymi się posługują, a dopiero wtedy korzystać z narzędzi, które dostarczają nowe technologie. W dobrze skonstruowanym procesie nauczania matematyki wykorzystanie nowych technologii powinno przypominać wykorzystywanie słowników we właściwie skonstruowanym programie nauczania języków obcych. Jest to narzędzie, które nie zastąpi umiejętności logicznego myślenia i rozumienia istoty zagadnienia. Pokazuje to również, że matematyka jest użytecznym narzędziem pozwalającym na rozwiązywanie bardziej zaawansowanych zagadnień inżynierskich. Tradycyjne rysowanie interpretacji geometrycznej omawianego zagadnienia czy zapewnienie dużej precyzji wykonywanych obliczeń stwarza bardzo dużo problemów. Rola nauczyciela jest tutaj ogromna, ponieważ cały czas trzeba dbać o to, aby uczący się właściwie rozumieli pojęcia matematyczne. Dzięki zastosowaniu nowych technologii, nauczyciel musi pokazać różne możliwości postrzegania tego samego problemu i różne metody jego rozwiązywania. Student powinien umieć, tak jak w czysto tradycyjnym kształceniu, stawiać hipotezy, weryfikować je, dokonywać uogólnień i umiejętnie wskazywać na szczególne rozwiązania. Bez udziału nauczyciela właściwie przygotowanego do kształcenia w zakresie matematyki nie będzie to możliwe.

Kształcenie w uczelni technicznej ma za zadanie nauczyć sprawnego poszukiwania, porządkowania i wykorzystania informacji z różnych źródeł oraz efektywnego posługiwania się technologią informacyjną. Technologia informacyjna powinna wspomagać i wzbogacać wszechstronny rozwój studentów. Nauczanie matematyki jest istotnym elementem tego procesu, który stwarza bardzo wiele możliwości nauki wszechstronnego posługiwania się nowymi technologiami i kształtowania przyszłych pokoleń świadomych odbiorców i użytkowników najnowszych technologii, obywateli społeczeństwa informacyjnego.

Anita Dąbrowicz-Tlałka,
Hanna Guze
Centrum Nauczania Matematyki
i Kształcenia na Odległość

Pewne zagadnienia omawiane w tym artykule były częścią referatu przedstawionego przez autorki na międzynarodowej konferencji „The International Science Conference: Theoretical and Practical Aspects of Distance Learning – Subtitle: Use of E-learning in the Developing of the Key Competences" organizowanej przez Uniwersytet Śląski w Katowicach.