

dys jechałem na dłuższe okresy, bo sądziłem, że stać mnie na to, by poświęcić miesiąc czy dwa na przygodę. Teraz jadę w góry i po paru dniach już jestem niespokojny, bo się boję, że coś zaniedbałem w dolinach. Nie mamy tyle czasu. Cały czas się z czymś ścigamy. Trzeba umieć przystanąć... wyluuuzować... cieszyć się chwilą.

**Chyba tą smutną refleksją zakończymy...**  
– Ta refleksja wcale nie jest smutna. Takie jest prawo życia. Powinniśmy wyzwoić się od przymusu pędu, wyścigu szczurów... Dlatego myślę, że góry są pewnego rodzaju antidotum. Nie obrażam sobie, żeby w ciągu roku nie znaleźć czasu na żagle na Mazurach, narty w Alpach czy Tatrach oraz wy-

prawy w góry. Oczywiście musi też być czas ciężkiej pracy i odpoczynku. Optymistyczne jest właśnie to, że niezależnie od tego, jak szybko żyjemy, możemy żyć w sposób pełny.

**Dziękuję za rozmowę**

Anna Mizera

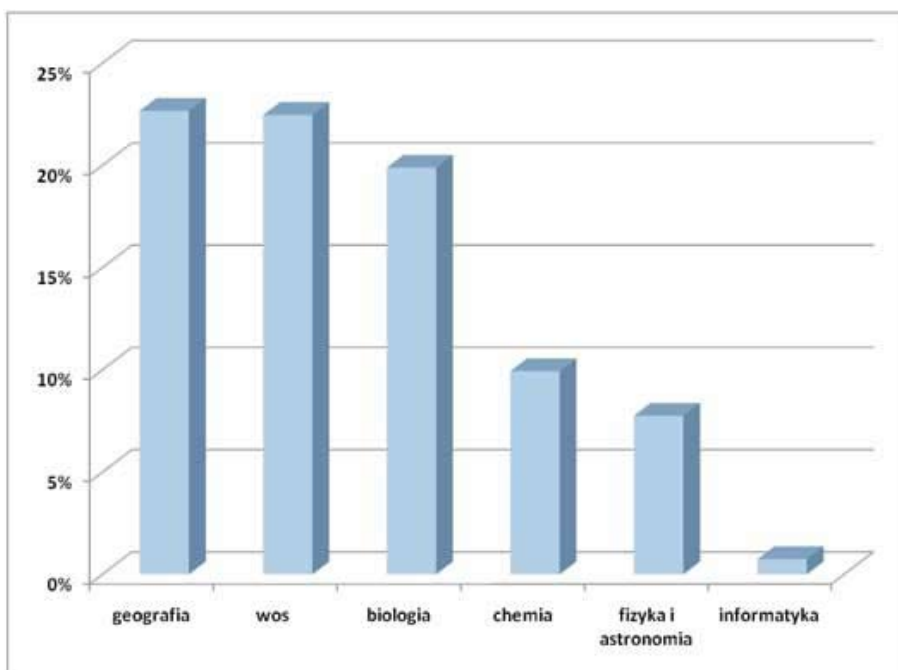
Absolwentka Uniwersytetu Gdańskiego

## Matura 2010 – kilka faktów o matematyce dla wszystkich

**W**tym roku zmieniła się struktura matury – po dwudziestu pięciu latach matematyka ponownie jest obowiązkowym przedmiotem na egzaminie. Na początek poznajmy kilka danych liczbowych. Aby uzyskać świadectwo dojrzałości, maturzyści **musieli zdać (czyli otrzymać co najmniej 30% maksymalnej liczby punktów)** egzaminy na poziomie podstawowym z trzech przedmiotów obowiązkowych: języka polskiego, języka obcego nowożytnego (egzamin ustny i pisemny) oraz egzamin pisemny z matematyki. Egzamin z matematyki uczniowie musieli zdawać na poziomie podstawowym (który trwał 170 minut), a po przerwie, tego samego dnia, mogli dodatkowo zdawać egzamin na poziomie

rozszerzonym (który trwał 180 minut). Na zdawanie egzaminu z matematyki na poziomie rozszerzonym decydowało się około 15% wszystkich przystępujących do egzaminu. **Średni wynik egzaminu z matematyki na poziomie podstawowym wynosi 58,5%, a na poziomie rozszerzonym 49,3%**. Pozostałe przedmioty wymienione w rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej (z dnia 30 kwietnia 2007 r. Dz.U. nr 83, poz. 562, z późn. zm.) mogły być zdawane tylko jako przedmioty dodatkowe; albo na poziomie podstawowym, albo rozszerzonym (Rys. 1., Rys. 2.).

Jako co roku, prace egzaminacyjne sprawdzali przeszkoleni egzaminatorzy, stosując przy ocenianiu klucze punkto-



Rys. 1. Odsetek maturzystów wybierających przykładowe przedmioty dodatkowe (przedmioty pokazane na diagramie mogły być zdawane w tym roku tylko jako przedmioty dodatkowe, a to znaczy, że nie miały progę zaliczenia).

### Matematycy w anegdotach

Znany matematyk polskiego pochodzenia Mark Kac wygłaszał referat w Cal-Tech (Kalifornijski Instytut Technologii). Wśród słuchaczy był sławny fizyk, noblista Richard Feynman, który lubił pokpiwać z przesadnej dbałości matematyków o ścisłość. Gdyby matematyka nie istniała, to świat cofnąłby się tylko o tydzień – rzekł Feynman. Ależ tak, właśnie o ten tydzień, w którym Pan Bóg stworzył świat – odpowiedział bez namysłu Kac.

wania odpowiedzi ustalone w Centralnej Komisji Egzaminacyjnej. Do egzaminu maturalnego w maju tego roku przystąpiły 366 623 osoby (gdy w 2007 roku było to 422 991 osób), które ubiegały się o świadectwo dojrzałości (z czego 96% to tegoroczni absolwenci). Świadectwo dojrzałości, tak jak w ubiegłym roku, uzyskało 81% przystępujących do egzaminu. Dodajmy, że **zdawalność egzaminu z matematyki na poziomie podstawowym wyniosła 87,1%**. Czyli nie był to egzamin trudny.

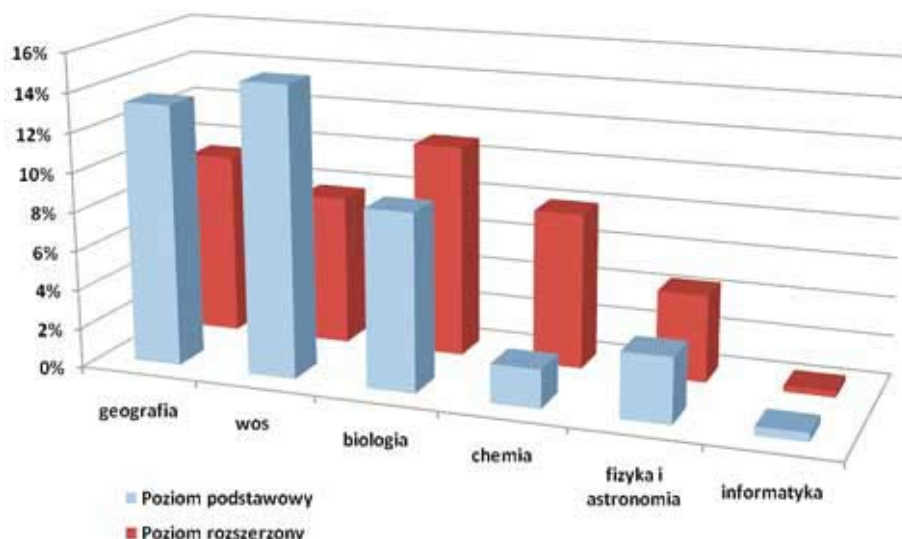
Jako ciekawostkę zwrócimy uwagę na zdawalność matury w szkołach publicznych i niepublicznych (Rys. 3.).

Skupmy teraz uwagę na budzącej powszechną obawę, maturze z matematyki.

Arkusze podstawowy składał się z 34 zadań, w tym 25 zadań zamkniętych, gdzie zdający wybierał odpowiedź spośród czterech propozycji. Na przykład:

### Dowcipy matematyczne.

Założenie: *dozorca ma na imię Józef*  
Do udowodnienia: *Czas to pan Józef*  
Czas to pieniądz,  
pieniądz to forsa,  
forsa to grunt,  
grunt to ziemia,  
ziemia to matka,  
matka to anioł,  
anioł to stróż,  
stróż to dozorca – z założenia – Józef,  
tak więc *czas to pan Józef*.



Rys. 2. Odsetek maturzystów wybierających przykładowe przedmioty dodatkowe z uwzględnieniem poziomu egzaminu.

#### ZADANIE 5.

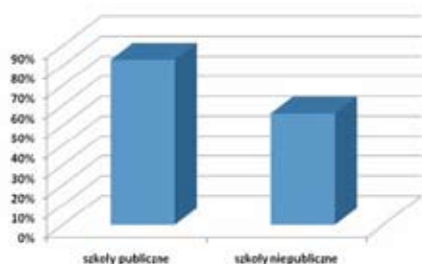
Dane są wielomiany  $W(x) = -2x^3 + 5x^2 - 3$  oraz  $P(x) = 2x^3 + 12x$ . Wielomian  $W(x) + P(x)$  jest równy

- A.  $5x^2 + 12x - 3$
- B.  $4x^3 + 5x^2 + 12x - 3$
- C.  $4x^6 + 5x^2 + 12x - 3$
- D.  $4x^3 + 12x^2 - 3$

#### ZADANIE 7.

Do zbioru rozwiązań nierówności  $(x - 2)(x + 3) < 0$  należy liczba

- A. 9
- B. 7
- C. 4
- D. 1



Rys. 3. Zdawalność matury w szkołach publicznych i niepublicznych.

#### Matematycy w anegdotach

Na seminarium Andrzeja Mostowskiego (polski matematyk) doszło do ostrego starcia dwóch studentów, podczas której przekrzykiwali się oni nawzajem. Gdy emocje trochę opadły, Mostowski – człowiek niezwykle spokojny – zwrócił się do nich cichym głosem: Ależ panowie, o racji w nauce nie decyduje siła płuc.

#### ZADANIE 11.

W ciągu arytmetycznym  $(a_n)$  n a dane są:  $a_1 = 13$  i  $a_5 = 39$ . Wtedy wyraz  $a_1$  jest równy

- A. 13
- B. 0
- C. -13
- D. -26

#### ZADANIE 13.

Liczba przekątnych siedmiokąta foremnego jest równa

- A. 7
- B. 14
- C. 21
- D. 28

#### ZADANIE 21.

Wskaż równanie okręgu o promieniu 6.

- A.  $x^2 + y^2 = 3$
- B.  $x^2 + y^2 = 6$

#### Dowcipy matematyczne.

Student zdaje egzamin w formie testu „tak/nie”. Wpatruje się w pytania przez 5 minut i nagle doznaje olśnienia. Wyjmuje z portfela monetę i zaczyna rzucać, zaznaczając odpowiedź „tak”, gdy wypadnie orzeł i „nie”, gdy wypadnie reszka. Po pół godzinie miał zrobione wszystkie zadania. Kiedy do końca testu zostało tylko kilka minut, student znowu zaczął rzucać monetą, mamrotać coś pod nosem i pocić się. Podchodzi do niego egzaminator i pyta, co się dzieje. Student na to: „Sprawdzam moje odpowiedzi i wydaje mi się, że nie były właściwe”.

C.  $x^2 + y^2 = 12$

D.  $x^2 + y^2 = 36$

#### ZADANIE 25.

Średnia arytmetyczna dziesięciu liczb  $x, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 4, 1, 5$  jest równa 3. Wtedy

- A.  $x = 2$
- B.  $x = 3$
- C.  $x = 4$
- D.  $x = 5$

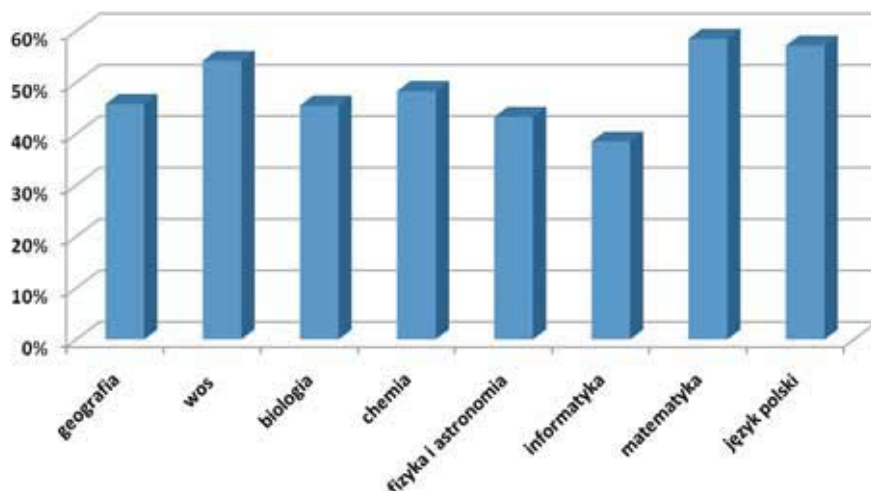
Arkusz zawierał również 9 zadań o charakterze otwartym – wymagających odpowiedzi. Na przykład:

#### ZADANIE 26.

Rozwiąż nierówność  $x^2 - x - 2 \leq 0$ .

Dodajmy, że zadania nr 26, 27 i 29 różniły się tylko danymi od swoich odpowiedników z matury próbnej i to one wypadły na egzaminie najlepiej.

Z kolei arkusz na poziomie rozszerzonym zawierał 11 zadań otwartych rozszerzonej odpowiedzi. Na przykład:



Rys. 4. Średnie wyniki uzyskane na maturze na poziomie podstawowym.

**Dowcipy matematyczne.**

Czas to pieniądz. Można więc wyrazić to wzorem

$$T = M.$$

Wiemy też, że praca to siła razy czas, czyli

$$P = F \times T.$$

Wiedza to potęga, a potęga to siła. A zatem

$$W = F$$

Przekształcając te wzory otrzymujemy

$$M = P/W.$$

To znaczy, że pieniądze = praca podzielona przez wiedzę.

Ponieważ wiedza występuje w tym wzorze w mianowniku, to znaczy, że im mniej wiesz to – przy tej samej pracy – masz więcej pieniędzy☺

**ZADANIE 1.**

Rozwiąż nierówność  $|2x + 4| + |x - 1| \leq 6$ .

**ZADANIE 7.**

Punkt  $A = (-2, 5)$  jest jednym z wierzchołków trójkąta równoramiennego  $ABC$ , w którym  $|AC| = |BC|$ . Pole tego trójkąta jest równe 15. Bok  $BC$  jest zawarty w prostej o równaniu  $y = x + 1$ .

Oblicz współrzędne wierzchołka  $C$ .

Podsumowując – na poziomie podstawowym cyt. „najtrudniejszymi okazały się zadania, w których zdający mieli się wykazać umiejętnością przeprowadzenia rozumowania składającego się z niewielkiej liczby kroków”. Na poziomie rozszerzonym cyt. „najtrudniejsze okazały się zadania, do rozwiązania których zdający musiał wykazać się umiejętnością tworzenia i użycia strategii rozwiązania problemu oraz umiejętnością rozumowania, w trakcie którego tworzył łańcuch argumentów i uzasadniał jego poprawność” (raport „Osiągnięcia maturzystów w 2010 roku” Centralnej Komisji Egzaminacyjnej).

Z całą pewnością wyniki egzaminu maturalnego z matematyki robią doskonały efekt zarówno psychologiczny, jak i medialny. W końcu **zdawalność obowiązkowego egzaminu z matematyki była wyższa niż zdawalność egzaminu maturalnego**. Około 80% zadań maturalnych było zbliżonych do zadań z egzaminu próbnego z listopada 2009. Co więcej, często polecenia do zadań były prostsze (a nawet w pewnych przypadkach różniły się tylko danymi). W efekcie, jeśli porównamy średni wynik osiągnięty przez maturzystów z innych przedmiotów (Rys. 4.) zobaczymy, że uczyniono wiele, aby dać

szanse na zdanie egzaminu z matematyki nawet najsłabszym uczniom.

Sprawdzający egzamin („Matematyka” 8/2010) skarżyli się na unikanie przez uczniów dawania jakichkolwiek pisemnych komentarzy. Świadczy to o tym, że maturzyści mają poważne problemy z poprawną argumentacją i nie są w stanie stwierdzić, które fakty należy uzasadnić. Brak umiejętności zapisu logicznego ciągu wnioskowań jest prostą konsekwencją tego, że w szkole uczniowie prawie nie mają do czynienia z dowodami. Kojarzą pojęcie założeń i tezy, ale nie bardzo potrafią je rozróżnić. Tymczasem **umiejętność rozumowania i argumentacji stanowi kwintesencję matematyki**. Bez niej nie da się zrozumieć w pełni treści zadania (nie tylko z dziedziny matematyki), dobrać odpowiedniego modelu opisującego dany problem lub samodzielnie poszukiwać nowych, nieznanych dotąd metod jego rozwiązania.

Problem z nauczaniem matematyki leży w specyfice nauki, jaką ona jest. **Rozwijanie myślenia, budowanie pojęć i doskonalenie umiejętności nie jest rzeczą prostą. W każdym zadaniu matematycznym – jeżeli zadanie to ma mieć sens kształcący – jest zawarta określona trudność, a rozwiązanie zadania stanowi pokonanie tej trudności**. Od lat próbuje się wypracować koncepcję edukacji matematycznej, opracować programy nauczania i dostosować metodykę do nowych form i środków kształcenia. Pewne zmiany w systemie edukacji (w tym wprowadzenie kształcenia na poziomie gimnazjalnym) rzutują na stawiane wymagania i sposoby oceniania wyników kształcenia. Zewnętrzny system oceny w pewien sposób weryfikuje naszą wiedzę na temat poziomu kształcenia matematycznego w Polsce. Logiczne opanowanie matematyki zawsze musi być rozłożone w czasie – wówczas przedmiot ten oka-

zuje się pasjonujący, co więcej pozwala nam na wprawne rozwiązywanie problemów nie tylko z zakresu techniki. Znany psycholog prof. dr hab. Zbigniew Nęcki porównuje matematykę do wychowania fizycznego: „Ćwiczenie *stupidów* i rozwiązywanie skomplikowanych równań jest tym, czym przysiad i fikołek w gimnastyce. Nie daje ćwiczącemu żadnej konkretnej i użytecznej w życiu umiejętności czy opanowania dyscypliny sportowej (np. taka konkurencja jak „szybkość przysiadów” na olimpiadzie nie istnieje), ale daje ogólną kondycję. **Matematyka jest wg mnie nauką rozwijającą umysł, a to jest każdemu potrzebne.**”

Należy pamiętać, że tegoroczna matura z matematyki pełniła bardzo ważną społeczną funkcję – miała oswoić matematykę jako obowiązkowy przedmiot egzaminacyjny, uciszyć negatywne nastroje, jakie panowały wobec nowej formuły egzaminu maturalnego. Eksperti zgodnie podkreślają, że **tegoroczna matura z matematyki nie była zbyt wymagająca. Rodzi to obawę o rzeczywiste przygotowanie do studiowania osób przyjmowanych na wyższe uczelnie obecnie i w następnych latach**. Wiemy, że należy oczekiwać postępującego, znacznego zmniejszania się ogólnej liczby maturzystów, a w konsekwencji, co istotne dla uczelni technicznych – liczby osób zainteresowanych wyborem studiów technicznych. W takim przypadku będzie musiało dojść do znacznego obniżania się minimum punktowego kwalifikującego do przyjęcia na studia, co będzie nakładało się na coraz mniejszą wiedzę osób rozpoczynających studia.

Na jednym z internetowych czatów wiceminister edukacji prof. dr hab. Zbigniew Marciniak powiedział: „w Chinach maturę zdaje się z 6 przedmiotów. 5 można wybrać dowolnie, ale 6-ty to obowiązkowa matematyka. To dotyczy ponad miliarda obywateli planety Ziemia. To może coś w tym jest?” Pozostaje nam więc mieć tylko nadzieję, że w przyszłości egzamin maturalny będzie coraz skuteczniej próbował wyznaczać wysokie standardy kształcenia w zakresie matematyki, ponieważ, jak powiedział Arystoteles, „matematyka jest miarą wszystkiego”.

Anita Dąbrowicz-Tłałka  
CNMIKnO

**Matematycy w anegdotach**

Kurt Gödel (austriacki matematyk) po emigracji do USA starał się uzyskać obywatelstwo amerykańskie. W tym celu należało między innymi zdać egzamin ze znajomości konstytucji Stanów Zjednoczonych. Gödel, rzetelnie przygotowując się do egzaminu, odkrył, że konstytucja jest wewnętrznie logicznie sprzeczna, co usiłował udowodnić przed komisją egzaminacyjną. Na jego szczęście obecni przy tym przyjaciele (m.in. Albert Einstein) nie pozwolili mu na to.