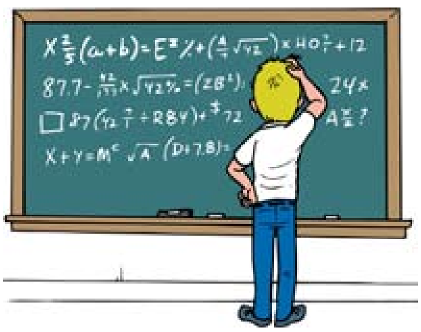
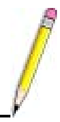
ZESTAW PYTAŃ:

Z okazji 30-lecia podpisania Porozumień Sierpniowych i powstania „Solidarności", chcielibyśmy zapytać Pana(ią) o bilans dziedzictwa „Solidarności". Czy Pana(i) zdaniem przeważają w nim sukcesy, czy niepowodzenia? Prosimy o wymienienie ich i ustosunkowanie się do nich.

1. Co najbardziej zapamiętał Pan(i) z atmosfery, nastrojów i okoliczności strajków sierpniowych 1980 roku?
2. Czy i w jaki sposób brał Pan(i) udział w powstaniu i działalności NSZZ „Solidarność"?
3. Jakie wartości, zasady, różnice poglądów utkwiły najbardziej w Pana(i) pamięci z czasów wielkiej „Solidarności" 1980–1981?
4. Prosimy o wymienienie znanych Panu(i) współtwórców i działaczy NSZZ „Solidarność" z lat 1980 – 1981 (oraz ew. późniejszych).
5. Czy pamięta Pan(i) pierwszego Przewodniczącego Komisji Zakładowej NSZZ „Solidarność" w Pana(i) zakładzie czy instytucji – jeśli to możliwe, prosimy o ewentualne podanie nazwiska i krótką charakterystykę.
6. Jaką rolę w historii „Solidarności" odegrał Kościół (ew. konkretni księża, jeśli to możliwe, prosimy o podanie nazwisk), zwłaszcza charyzma i autorytet Papieża Jana Pawła II?
7. Co Pan(i) myśli o „Solidarności"? Czym była dla Pana(i): związkiem zawodowym, ruchem społecznym, a może czymś innym?
8. Jakie symbole kojarzą się Panu(i) dzisiaj z „Solidarnością"?
9. Co i dlaczego z dziedzictwa „Solidarności" należałoby przede wszystkim przekazać współczesnej młodzieży?
10. Jakie ewentualne inne skojarzenia i uwagi nasuwają się Panu(i) na tle powyższego zestawu pytań?



Kącik matematyczny



Jest wiele liczb, które odgrywają ważną rolę zarówno w matematyce, jak i w zastosowaniach. Jedną z nich jest na pewno liczba π (pi). Pojawia się ona w wielu działach matematyki (w geometrii, algebrze, teorii liczb, rachunku prawdopodobieństwa), a także w naukach przyrodniczych. Przez swoje zdumiewające związki ujawnia niepowtarzalną urodę matematyki.

Niezwykła liczba Pi

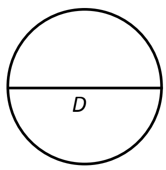
„I tak znalazłem schronienie w tej greckiej, nieuchwytnej,
niewymiernej liczbie π,
za pomocą której uczeni usiłują objaśnić kosmos".
Yann Martel „Życie Pi"

„Raz w maju w drugą niedzielę
π cyfry liczył Pan Felek
Cyferki zanotował
Ale ma ich niewiele"
(limeryk z „Delty")

Niezwykłość liczby π polega na tym, że po pierwsze jest jedną z najstarszych liczb, a po drugie jest jedną z najbardziej znanych liczb niewymiernych. Historia jej jest długa i bardzo bogata. Wiek π określa się na około 4000 lat, co potwierdzają liczne badania archeologiczne.

Już w starożytności zauważono, że stosunek długości obwodu koła do długości średnicy jest wielkością stałą, co więcej, przydatną do obliczania pól pewnych figur i objętości brył. Można więc powiedzieć, że historia π jest ściśle związana z kołem, czy też, że koło jest naturalnym środowiskiem tej liczby.

Starożytni postrzegali π (nie używając jeszcze symboli) geometrycznie jako współczynnik proporcjonalności:



$\frac{l}{D} = \pi$, gdzie l – obwód koła oraz D – średnica koła.

Fot. Archiwum autora

Wynik nie zależy od rozmiaru koła. Czy koło jest duże, czy małe, stosunek ten zawsze jest taki sam. Oznaczenie go literą π datuje się od trzech wieków. Pierwszy raz zostało ono użyte w 1706 roku przez matematyka angielskiego Wiliama Jonesa. Natomiast do jego rozpowszechnienia przyczynił się wybitny matematyk L. Euler.

W alfabecie greckim π jest 16 literą. Oznaczenie to ma na celu wyróżnienie matematyki greckiej. Chociaż Grecy sami nie wprowadzili symbolu π, to jednak jako pierwsi poddali liczbę analizie matematycznej.

W pewnym okresie, a nawet i obecnie liczba ta bywa nazywana również „ludolfiną". Nazwa ta pochodzi od imienia matematyka Ludolpha van Ceulena (żył na przełomie XVI i XVII wieku). Znaczną część swojego życia poświęcił na wyznaczaniu rozwinięcia liczby π (podał jej przybliżoną wartość z dokładnością do 35 miejsc po przecinku). Życzeniem van Ceulena było, aby po jego śmierci wyryto rozwinięcie na nagrobku.

Istotą liczby π jest jej niewymierność. Oznacza to, że nie może ona zostać zapisana jako iloraz dwóch liczb całkowitych. Niewymierność liczby π udowodnił w 1761 roku matematyk niemiecki Johann Lambert. Natomiast w 1882 roku matematyk Ferdynand von Lindemann udowodnił, że jest to liczba niewymierna przestępna. Oznacza to, że nie istnieje wielomian o współczynnikach całkowitych, którego pierwiastkiem jest π.

Konsekwencją tego jest fakt, że rozwinięcie dziesiętne π zachowuje się „byle jak" i nie ma w nim żadnego porządku, a wszystkie cyfry pojawiają się tak samo często. Niezwykłe jest to, że nigdy się ono nie skończy.

Wyjątkowość liczby π polega również na tym, że pomimo, iż jej naturalnym środowiskiem jest koło, to pojawia się nie tylko w geometrii, ale również w algebrze, teorii liczb, rachunku prawdopodobieństwa oraz innych gałęziach nauki. Wynika stąd, że wszędzie, gdzie stosuje się matematykę, może pojawić się liczba π. Ważnym przykładem jest tu statystyka. Dość często używa się w niej rozkładu normalnego, a w nim występuje przecież π.

Sądzę, że warto przytoczyć na ten temat anegdotę.

Pewien statystyk spotkał się ze swoim dawnym szkolnym kolegą. Podczas rozmowy o pracy statystyk, który zajmował się trendami demograficznymi, pokazał koledze odbitkę swojego artykułu. Jak zwykle bywa w pracach z tej dziedziny, pojawił się tam rozkład normalny. Statystyk zaczął objaśniać symbole i równania dotyczące rzeczywistej populacji koledze, który przyjmował to z nieufnością, podejrzewając, że statystyk z niego żartuje.

– Skąd możesz to wszystko wiedzieć? A to co za znaczek?
– To jest π – odpowiada statystyk.
– Co to takiego „π"?
– To jest stosunek obwodu okręgu do średnicy – pada odpowiedź.
– Aha od razu wiedziałem, że mnie robisz w konia – odpowiada kolega – jak rozrodczość może mieć coś wspólnego z obwodem okręgu?

Cóż, takie niespodziewane związki pokazują całą urodę matematyki.

Trudno też sobie wyobrazić bez liczby π mierzenie kątów i w konsekwencji trygonometrię. Czasami słyszymy, że π to 180 stopni, albo że kąt prosty ma miarę $\pi/2$. Krótko mówiąc, stopnie porównywane są z liczbami, a więc 90 stopni w przybliżeniu równe jest 1,57.

Jak wiadomo są dwa sposoby mierzenia katów. Pierwszym z nich jest mierzenie w stopniach. Koło jest podzielone na 360 części. Jedna cząstka jest miarą stopniową kąta i została nazwana 1 stopniem. Stopień jest więc miara powierzchniową określającą, jaka część płaszczyzny znajduje się między ramionami. Kąty można też mierzyć łukiem, którego długość wyznacza ich rozwartość. Drugi sposób mierzenia daje nam miarę łukowa kąta. Jej jednostką jest radian. Jest to miara kąta, który w kole o promieniu r wyznacza łuk o długości r. Skoro długość okręgu o promieniu 1 równa się 2π, kąt pełny ma 2π rad (360 stopni = 2π rad). Stąd 1 stopień = $2\pi/360$ *rad* = 0,0175. Taki sposób mierzenia kątów odgrywa ważną rolę w trygonometrii, a więc i w funkcjach trygonometrycznych.

W związku z liczbą π należy wspomnieć również o jednym z najstarszych problemów matematycznych, tzw. kwadraturze koła. Polega on na konstrukcji (wyłącznie przy pomocy cyrkla i linijki) kwadratu o powierzchni równej polu danego koła. Już słynny papirus Ahmesa, traktowany jako najdawniejszy podręcznik matematyki (ok. 2000 lat p.n.e.) podaje sposób budowy takiego kwadratu. „Odrzuć od średnicy jej część dziewiątą i zbuduj kwadrat o boku równym pozostałej części, będzie on równoważny z kołem". Przepis ten daje nam jednak tylko przybliżoną wartość $\pi = (16/9)^2 = 3{,}16$. Zadaniem tym zajmowało się wielu matematyków przez setki lat. Dopiero wyniki wspomnianego już matematyka Lindemanna, że π jest liczbą niewymierną przestępną rozstrzygnął ten problem. Nie można zbudować kwadratu o polu równym polu danego koła. Żadna liczba niewymierna przestępna nie może powstać przy użycia cyrkla i linijki.

Zadanie „kwadratury koła", chociaż nie ma ścisłego rozwiązania, posiada wiele ciekawych rozwiązań przybliżonych. Jedną z najprostszych konstrukcji podał Polak Adam Kochański (nadworny matematyk króla Jana III Sobieskiego). Niemniej kwadratura koła stała się także synonimem problemów nie mających rozwiązania i wyrażenie to weszło do języka potocznego.

O tym, jak niezwykłą rolę odgrywa w nauce liczba π świadczy też fakt, że uczeni próbujący nawiązać kontakt z inteligentną cywilizacją pozaziemską przetransmitowali rozwinięcie liczby π, co miało sygnalizować, że na naszej planecie istnieje mniej lub bardziej inteligentne życie.

Na historię liczby π składają się również sposoby obliczania i oceny jej wartości. W ciągu 4000 lat przechodziły one wiele przemian. Do czasów Archimedesa było to podejście ściśle użytkowe. Nie stosowano żadnej abstrakcji, zaś reguły matematyczne miały charakter praktyczny niezbędny w architekturze.

Starożytni Babilończycy, Egipcjanie czy Grecy po prostu wierzyli, że obwód i średnica koła są proporcjonalne. Współczynnik proporcjonalności obierali 3 i taki też podaje np. Biblia.

W pierwszej Księdze Królewskiej znajduje się opis zbiornika wody na kapłańskim dziedzińcu świątyni zbudowanego przez króla Salomona (ok. 1000 lat p.n.e.). „Następnie sporządził odlew morza o średnicy 10 łokci okrągłego o wysokości 5 łokci i obwodzie 30 łokci”. Wynika stąd, że gdy podzielimy 30:10 otrzymamy współczynnik 3. Starożytni orientowali się, że jest to wartość przybliżona, ale w praktyce im to wystarczało.

Matematyczna historia liczby π zaczyna się od Archimedesa (III w p.n.e.). W obliczeniach użył on metody opierającej się na zależnościach geometrycznych. Przybliżał więc długość okręgu długościami obwodów kolejnych wielokątów foremnych wpisanych i opisanych na okręgu, zaczynając od sześciokąta, a kończąc na 96-kącie. W ten sposób otrzymał oszacowanie na π, $3\frac{10}{71} < \pi < \frac{22}{7}$.

Niestety dalsze obliczenia (tj. przybliżanie wielokątami o 192 bokach) były bardziej żmudne i czasochłonne i trudno było o lepszą dokładność. Niemniej metoda Archimedesa stała się poprzez następne wieki najlepszą metodą obliczeniową (powiększającą liczbę cyfr po przecinku).

Wraz z rozwojem wiedzy matematycznej pojawiły się nowe sposoby obliczeniowe, w tym metody wykorzystujące ciągi i szeregi liczbowe, a nawet mające swoje źródła w rachunku prawdopodobieństwa.

Sytuacja całkowicie zmieniła się wraz z nadejściem ery komputerowej, tj. od 1949 roku. Gwałtownie zaczęła rosnąć liczba cyfr w rozwinięciu dziesiętnym π. Poszukiwanie ich stało się pasją określonego grona numeryków. W związku z tym dokładność szybko wzrastała od miliona do oszałamiających wielkości ponad 2 bilionów cyfr po przecinku. Ciekawszym przykładem jest ten z 2002 roku, kiedy to Yasumasy Kandy i jego 9-osobowy zespół wyznaczył 1,24 biliona cyfr po przecinku. Obliczenia na superkomputerze zajęły 6000 godzin., a otrzymanym wynikiem można byłoby opasać kulę Ziemską wzdłuż równika 62 razy. Również interesujący wynik uzyskano 3 grudnia 2009 roku. Wówczas to Fabrice Bellard ogłosił, że udało mu się obliczyć π z dokładnością 2,6 biliona cyfr po przecinku. Obliczenia wraz ze sprawdzeniem zajęły mu 131 dni.

Obsesja obliczania rozwinięcia liczby π trwa do dnia dzisiejszego, tylko przy użyciu coraz bardziej wyrafinowanych metod. Należy jednak podkreślić, że wszystkie te rachunki są po pierwsze interesujące ze względu na wykorzystywane metody, a po drugie są testem na moc obliczeniową komputera. Program komputerowy pozwala przetestować procesor pod względem szybkości obliczania liczby . Jest to świetna reklama dla firm produkujących procesory komputerowe.

Warto jednak pamiętać, że nigdy nie poznamy dokładnej wartości π, zaś w zastosowaniach potrzebna jest jej dokładność co najwyżej do 4, czy 5 miejsc po przecinku.

Z uwagi na to, że nie jest możliwe poznanie dokładnej wartości liczby π, pojawiła się ona w literaturze jako symbol wieczności (p. wiersz Wisławy Szymborskiej „Liczba π”).

Niezwykłość liczby π podkreśla też obchodzony co roku, w dniu 14 marca „Dzień liczby π”. Pierwszy raz świętowano go w 1988 roku w San Francisco (USA). Także Księga Guinnessa odnotowuje różne rekordy związane z liczbą π, w tym szczególnie pamięciowe.

Jednak być może najciekawszym zdarzeniem w historii tej liczby była próba ustawowego określenia wartości π podjęta w USA, w stanie Indiana. Zdarzyło się to w ostatnich latach XIX wieku. Niejaki Goodwin mieszkający w stanie Indiana „odkrył” π i zgłosił ten fakt do Zgromadzenia Ogólnego stanu Indiana. W księgach stanowych pod nr 264 (numer patentu) z roku 1897 istnieje zapis:

„Dr Goodwin […] i stanowy dyrektor ds. publicznej edukacji są przeświadczeni, że rozwiązanie to jest rzeczywiste i doniosłe. Dr Goodwin – autor jest wybijającym się matematykiem. Ma też zagwarantowane prawa autorskie i proponuje, że jeżeli ustawodawca zaaprobuje przedstawione rozwiązanie, to on wyrazi zgodę na wykorzystanie rozwiązania na terenie stanu bez konieczności wnoszenia jakichkolwiek opłat”.

Następnie zostało uchwalone przez Ogólne Zgromadzenie Stanu Indiana, że znaleziono i dowiedziono, iż pole powierzchni koła jest równe polu powierzchni kwadratu o boku równym co do długości obwodu koła. Stad uwzględniając, że bok kwadratu $a = \frac{1}{4} 2\pi r = \frac{1}{2}\pi r$ mamy pole kwadratu równe $a^2 = \frac{1}{4}\pi^2 r^2$, a stąd $\frac{1}{4}\pi^2 r^2 = \pi r^2$, co daje $\pi = 4$.

Wniosek ten przeszedł przez pierwszą Komisję Stanową ds. Obszarów Bagiennych 2 lutego 1897 roku, zaopiniowany pozytywnie przez Stanową Komisję Edukacji. Trzy dni później cały senat stanu Indiana zgodnie poparł przypuszczenia Godwina, że $\pi = 4$.

Oczywiście szef edukacji poparł projekt, gdyż ustawodawca żądał międzynarodowych tantiem spływających do Indiany od wszystkich, którzy używali $\pi = 4$. Następnie patent o numerze 246 trafił do senackiej Komisji ds. Abstynencji i zyskał jej akceptację. Stąd już było blisko do otrzymania statusu prawa. Niestety, do upadku projektu doprowadził profesor matematyki C. A. Waldo, który przypadkiem był w stanie Indiana. Wskutek negatywnej opinii profesora poparcie dla ustawy załamało się. 12 lutego, po południu senat odłożył całą procedurę na czas nieokreślony. Od tej pory politycy nie mieszali się do liczby π.

Należałoby jeszcze wspomnieć o tzw. mnemotechnice zapamiętywania rozwinięcia liczby π. Tu z pomocą przychodzi poezja. Licząc litery w poszczególnych wyrazach otrzymujemy odpowiednią cyfrę z rozwinięcia.

O liczbie π możnaby opowiedzieć jeszcze wiele historii, ale sądzę, że liczba tu podanych jest wystarczająca.

Krystyna Nowicka
Centrum Nauczania Matematyki i Kształcenia na Odległość

P.S. Największa z piramid egipskich – Cheopsa zbudowana w 2580 roku p.n.e. ma ciekawą własność. Stosunek sumy dwóch boków podstawy do wysokości wynosi 3,1416, czyli przybliżenie liczby π. Pytanie: przypadek, czy wynik geniuszu ówczesnych uczonych?