

Matura 2010 – Matematyka

Cz.1

Powrót obowiązkowej matematyki na egzaminie maturalnym po prawie 30 latach to spora zmiana. **W maju 2010 r. matematykę będą zdawać wszyscy przystępujący do matury jako przedmiot obowiązkowy.** Tymczasem według międzynarodowych badań edukacyjnych PISA (Programme for International Student Assessment, OECD), w dziedzinie matematyki polscy

uczniowie nie wypadają najlepiej – poniżej średniej europejskiej. Należy jednak pamiętać, że w analizach porównawczych systemów edukacyjnych w ramach Unii Europejskiej matematyka stanowi obecnie bardzo ważny element jako podstawowy czynnik warunkujący postęp naukowo-techniczny Europy („Informator o egzaminie maturalnym od roku 2010” CKE, Warszawa 2007).

Tab. 1. Standardy wymagań egzaminacyjnych – Matura 2010 – Matematyka

Zdający posiada umiejętności w zakresie:

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1. wykorzystania i tworzenia informacji:	
interpretuje tekst matematyczny i formułuje uzyskane wyniki	używa języka matematycznego do opisu rozmówienia i uzyskanych wyników
2. wykorzystania i interpretowania reprezentacji:	
używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych	rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi
3. modelowania matematycznego:	
dobiera model matematyczny do prostej sytuacji	buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia
4. użycia i tworzenia strategii:	
stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania	tworzy strategię rozwiązania problemu
5. rozumowania i argumentacji:	
prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

Tab. 2. Propozycje zmian w systemie kształcenia w szkołach ponadgimnazjalnych i egzaminie maturalnym („Gazeta Prawna” Nr 8 (2130)).

	Tak jest	Tak ma być
Szkoła ponadgimnazjalna	<ul style="list-style-type: none"> Wszyscy uczniowie uczą się wszystkich przedmiotów. W klasach profilowanych z wybranych przedmiotów mają do kilku godzin zajęć więcej niż wymagana podstawa programowa. W trzeciej klasie szkoła może zaproponować uczniom zajęcia fakultatywne z przedmiotów, które chcą zdawać na maturze. 	<ul style="list-style-type: none"> Pierwsza klasa będzie ogólna. Od drugiej klasy uczniowie będą wybierali grupę przedmiotów, które będą chcieli zdawać na egzaminie maturalnym (czyli w wybranej grupie może nie być w ogóle np. fizyki).
Pisemny egzamin maturalny	<ul style="list-style-type: none"> Obowiązkowo uczniowie muszą zdać egzamin z j. polskiego, obcego i jednego przedmiotu wybranego z dziesięciu na poziomie podstawowym lub rozszerzonym. Uczniowie dodatkowo mogą zdawać egzamin z przedmiotów na poziomie rozszerzonym. 	<ul style="list-style-type: none"> Od 2010 r. uczniowie będą musieli zdać egzamin z j. polskiego, obcego i matematyki na poziomie podstawowym. Dodatkowo będzie można zdawać egzamin na poziomie rozszerzonym z kilkunastu przedmiotów do wyboru.

Tymczasem polska szkoła często ciągle uczy matematyki w sposób rutynowy i powierzchowny. Wzory i formułki okazują się nieprzydatne, gdy uczniowie mają rozwiązać matematyczny problem, z którym nigdy wcześniej się nie zetknęli. Nawet proste zadania, jak na przykład wyliczenie średnich opadów w roku, gdy na diagramie jest podana suma opadów deszczu w kolejnych miesiącach, może przysparzać sporo trudności. Natomiast na uczelni technicznej niezbędne jest profesjonalne łączenie rzetelnej wiedzy matematycznej i inżynierskiej. Daje to doskonałą bazę do zostania świetnym inżynierem oraz bardzo dobrze rokuje przyszłej karierze naukowej i badawczej absolwenta. To właśnie umiejętności w zakresie logicznego myślenia i argumentowania są niezbędne naszym przyszłym studentom.

W ciągu ostatnich lat następowały stopniowe zmiany w standardach wymagań egzaminacyjnych, stawiając na pierwszym planie osiągnięte umiejętności (tab.1).

Takie postrzeganie nauczania w zakresie matematyki jest bardzo zbliżone do idei, które przyświecają Procesowi Bolońskiemu w kształceniu na poziomie wyższym. **Uczeń ma rozumieć i stosować aparat matematyczny, a nie tylko posiadać bierną znajomość pewnego zasobu formuł matematycznych.**

Planowane zmiany w sposobach kształcenia na poziomie ponadgimnazjalnym oraz na egzaminie maturalnym mają wydobyc na pierwszy plan podstawowe cele kształcenia uczniów – umiejętność modelowania, myślenia strategicznego i rozumowania. O zdaniu matury będzie decydował wynik tylko z trzech obowiązkowych przedmiotów: języka polskiego, matematyki i języka obcego. Natomiast egzaminy dodatkowe będą brane pod uwagę przy rekrutacji na studia. Co powinno spowodować, że egzamin maturalny będzie sprawdzianem wiedzy i umiejętności niezbędnych do podjęcia studiów wyższych (tab. 2).

Najprawdopodobniej docelowo wyniki egzaminu będą podawane w postaci procentów bez stawiania progów (podobnie jak w przypadku egzaminów zewnętrznych na niższych poziomach edukacji) – „zdał” lub „nie zdał”. Nie jest to obecnie możliwe z dwóch zasadniczych powodów. Podanie progów, od którego egzamin uważa się za zdany, powoduje ustawienie wyższej poprzeczki w dostawianiu się na uczelnie wyższe, a tym samym w pewien sposób powoduje podnoszenie poziomu kształcenia na wyższym etapie edukacji. Innymi słowy, prawdopodobnie należałoby obniżyć poziom merytoryczny

Tab. 3. Rok 2008 – najważniejsze zmiany w egzaminie maturalnym

Zdanie egzaminu wymagać będzie uzyskania co najmniej 30% punktów w każdym z pięciu egzaminów obowiązkowych, niezależnie od wybranego poziomu. Jest to powrót do sytuacji przed „amnestią”.
Uczniowie będą zdawali egzaminy albo na poziomie podstawowym, albo rozszerzonym, znika tegoroczna tabela umożliwiająca przeliczanie wyników uzyskanych z jednego poziomu na drugi.
Wprowadzenie sierpniowego egzaminu poprawkowego z jednego „oblanego” przedmiotu – poprawka będzie tylko na poziomie podstawowym.

prowadzonych zajęć. Dowodzi to też pośrednio niepełnej skuteczności obecnego procesu akredytacji, który sprowadza się teraz przede wszystkim do spraw formalno-administracyjnych, a nie merytorycznych. W niedalekiej przyszłości czekają nas zmiany również w tym zakresie. Najprawdopodobniej zostanie wprowadzony system sprawdzianów-egzaminów potwierdzających zdobyte przez studentów umiejętności. Takie działania prowadzone są (ze sporymi sukcesami w podnoszeniu poziomu kształcenia) na uczelniach w Stanach Zjednoczonych. Innym powodem, dla którego w przypadku egzaminu maturalnego funkcjonuje próg zdawalności, jest opinia społeczna. W Polsce, pomimo zdecydowanego upowszechnienia wykształcenia na poziomie średnim ogólnokształcącym, ranga tego egzaminu jest wysoka i utożsamiana z osiągnięciem pewnego progu dojrzałości. Tymczasem skoro coraz większa część populacji ma wykształcenie ponadgimnazjalne (w Polsce szkoły, w których nauka kończy się maturą, każdego roku wybiera nawet trzy czwarte uczniów kończących gimnazja), celowo obniża się poziom wiedzy, jaką należy posiadać, aby zdać maturę. Bardzo negatywny wpływ na rangę egzaminu maturalnego miała „amnestia maturalna” i przeprowadzanie egzaminu corocznie w inny sposób. Istnieje ryzyko, że egzamin ten straci swój stabilny i prestiżowy charakter.

Rok 2008 ma być rokiem przełomowym między nowymi i starymi zasadami zdawania nowej matury (tab. 3).

Aby nie wywołać zapaści wyników egzaminacyjnych oraz oswoić opinię publiczną (w tym oczywiście uczniów) z nowym obowiązkowym przedmiotem, należało znacząco obniżyć standardy. Maturę na poziomie podstawowym musi mieć szansę zdać każdy uczeń – również ten o zainteresowaniach tylko i wyłącznie humanistycznych lub artystycznych. Egzamin na poziomie podstawowym będzie trwał 120 minut, a zadania egzaminacyjne obejmą zakres wymagań dla poziomu podstawowego. Na poziomie rozszerzonym będzie to egzamin trwający 180 minut, oparty na treściach dla poziomu rozszerzonego, z uwzględnieniem umiejętności wymaga-

nych na poziomie podstawowym (tab. 4). Prace egzaminacyjne nadal będą sprawdzać i oceniać egzaminatorzy powołani przez dyrektora Okręgowej Komisji Egzaminacyjnej na podstawie szczegółowych kryteriów jednolitych na terenie całego kraju.

Co zatem będą musieli umieć maturzyści, by poradzić sobie z tym przedmiotem? Aby uzyskać 30% punktów na poziomie podstawowym, czyli minimum, które gwarantuje zdanie egzaminu, maturzysta będzie np.:

- umiał zastosować pojęcie procentu w obliczeniach, ale nie będzie posiadał umiejętności rozłożenia liczby naturalnej na czynniki pierwsze, czy wyznaczania największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności pary liczb naturalnych,

- odczytywał z wykresu funkcji: dziedzinę i zbiór wartości, miejsca zerowe, ale nie będzie wiedział, jak naszkicować wykres funkcji $f(x)=|x|$,
- wykorzystywał pojęcie układu współrzędnych na płaszczyźnie (do na przykład naszkicowania funkcji liniowej), ale nie musi wiedzieć, czym jest wektor i jak obliczyć jego współrzędne lub długość,
- wiedział, jak obliczyć średnią arytmetyczną czy medianę, ale nie będzie znał wzorów do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych (np. pojęcie permutacji).

Aby uzyskać wynik, który odpowiadałby ocenie dostatecznej, trzeba będzie poradzić sobie z prostymi zadaniami, które pokażą opanowanie w zakresie podstawowym możliwości interpretacji tekstu matematycznego, użycia prostych obiektów matematycznych, dobierania modeli matematycznych i strategii opartych na prostym rozumowaniu złożonym z niewielkiej liczby kroków (oparte na nowych standardach wymagań egzaminacyjnych). Egzamin na

Tab. 4. Treści, jakich nie będą sprawdzać zadania egzaminacyjne w roku 2008

Egzamin maturalny z matematyki – poziom podstawowy – nie będzie zawierał takich zagadnień jak:	
○	Podstawowe pojęcia rachunku zdań.
○	Potęgi o wykładniku niewymiernym.
○	Logarytmy; podstawowe własności logarytmów.
○	Dzielenie wielomianów, twierdzenie Bézouta.
○	Definicja ogólna funkcji homograficznej i jej własności.
○	Sposoby rozwiązywania nierówności z funkcją homograficzną.
○	Przekształcenia wykresów funkcji liczbowych: $y=-f(x)$, $y=f(-x)$.
○	Twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie.
○	Opis półpłaszczyzny za pomocą nierówności.
○	Miara łukowa kąta.
○	Definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta.
○	Wykresy funkcji trygonometrycznych.
○	Funkcja wykładnicza.
○	Równania trygonometryczne; $\sin x=a$, $\cos x=a$, $\operatorname{tg} x=a$, dla $0^\circ < x < 90^\circ$.
○	Równanie okręgu $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.
○	Wzory dotyczące permutacji, kombinacji, wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń.
Egzamin maturalny z matematyki – poziom rozszerzony – nie będzie zawierał takich zagadnień jak:	
○	Twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze.
○	Wzór $(a-1)(1+a+\dots+a^{n-1})=a^n-1$.
○	Indukcja matematyczna. Różnowartościowość funkcji.
○	Funkcje parzyste, nieparzyste, okresowe.
○	Dwumian Newtona. Równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne.
○	Nierówności trygonometryczne.
○	Wzory redukcyjne.
○	Przykłady ciągów zdefiniowanych rekurencyjnie.
○	Pojęcie granicy ciągu.
○	Obliczanie granic ciągów.
○	Suma szeregu geometrycznego.
○	Pojęcie funkcji ciągłej.
○	Pojęcie pochodnej.
○	Interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej.
○	Obliczanie pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych.
○	Związek pochodnej z istnieniem ekstremów i z monotonicznością funkcji.
○	Zastosowanie pochodnej do rozwiązywania problemów praktycznych.
○	Przykłady przekształceń geometrycznych: obrót.
○	Twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami stycznych i siecznych.
○	Wielościany foremne.
○	Rzut prostokątny na płaszczyznę.
○	Prawdopodobieństwo warunkowe.
○	Wzór na prawdopodobieństwo całkowite.
○	Niezależność zdarzeń.
○	Schemat Bernoullego.
○	Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych.

tym poziomie ma być gwarancją, że matura potrafi poprawnie odczytać wyciągi bankowe, czy poradzić sobie w sytuacjach życiowych wymagających prostych przekształceń matematycznych (jak szacowanie kosztów rat). Taka konstrukcja podstawy merytorycznej egzaminu maturalnego daje szansę nie tylko na zachowanie przyzwoitego poziomu zdawalności tego egzaminu, ale urealnia również szanse opanowania podstawowego zakresu wiadomości z matematyki przez niezainteresowanego nią ucznia (tab. 4). Co z tego, że wymagania zostaną postawione na wysokim poziomie, jak i tak nikt z nauczycieli w przewidzianej przez proces edukacyjny liczbie godzin przeznaczonych na matematykę nie będzie w stanie ich spełnić? Żeby rzeczywiście podnieść poziom kształcenia, należałoby zmienić bardzo wiele nie tylko w systemie i sposobach kształcenia uczniów, ale również i nauczycieli. Musiałby się też niezwykle zmienić stosunek większości społeczeństwa nie tyle do znaczenia zdobywania i liczby zdobytych dyplomów, co do ich jakości (wyk. 1, 2).

Radykalne zmiany w świadomości większości Polaków, jakie zaszły w ciągu ostatnich dwudziestu lat, powodują, że zdobyta wiedza nie jest postrzegana jako osiągnięcie życiowe. Na razie nie zanoszą się też na to, aby w bliższej lub dalszej przyszłości mogło to ulec zmianie. W tej chwili rozważania na temat autorytetów i wzorców intelektualnych nie docierają do znacznej części przyszłych studentów. Niestety – nie jest to oferta atrakcyjna medialnie oraz utożsamiana z sukcesem. Nie można jednak obrażać się na rzeczywistość, tylko próbować ją w swoim otoczeniu jeśli nie zmieniać, to poprawiać. Ważnym elementem w tych działaniach może być projekt „Wybieram matematykę”, finansowany ze środków Unii Europejskiej (PO Kapitał Ludzki) i prowadzony przez Centralną Komisję Egzaminacyjną. Członkami zespołu badawczego jednego z podprojektów są pracownicy Politechniki Gdańskiej (ze Studium Nauczania Matematyki). Podprojekt ten ma na celu po pierwsze popularyzację matematyki jako niezbędnego kompendium wiedzy w dobie otaczającego nas rozwoju technologicznego i podkreślenie jej znaczenia w zdobywaniu wykształcenia gwarantującego sukces na rynku pracy. Po drugie ma starać się pokazać matematykę jako najbardziej oryginalny wśród tworów ludzkiego ducha (Cyt.: „*Nie może być wizji (...) głębi prawdy bez filozofii, która uwzględni najdalsze abstrakcje – a powiązania takich*

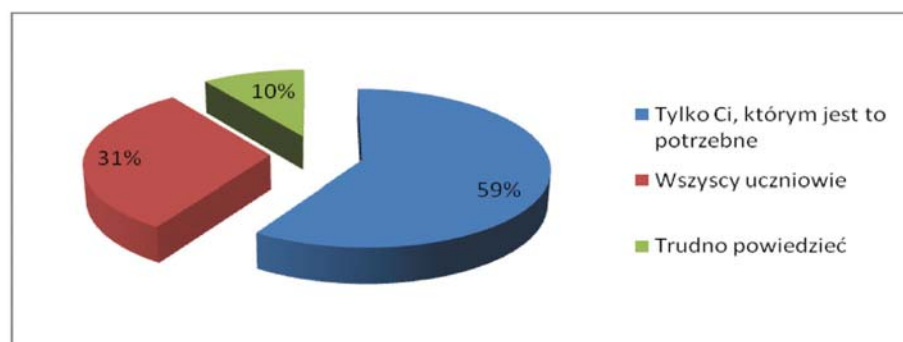
abstrakcji bada właśnie matematyka.” Alfred N. Whitehead – *Nauka i świat współczesny* (1925, wydanie polskie 1987)) i uniwersalny język cywilizacji, w którym opanowanie symbolicznego kanonu „tysiąca słów” jest koniecznym składnikiem dobrego wykształcenia.

Szkoła, niezależnie od etapu kształcenia, powinna jak najlepiej przekazywać kanon wiedzy i umiejętności zmieniający się odpowiednio do zmieniających się potrzeb życia. Pamiętamy, że wkrótce najprawdopodobniej dzieci w wieku 6 lat zostaną uczniami pierwszych klas szkoły podstawowej, a maturzyści będą zdawali egzamin w wieku 18 lat. Nasi przyszli studenci będą o rok młodszy od tegorocznych, a tym samym mniej dojrzały. Nie ulega wątpliwości, że im więcej lepszej wiedzy i umiejętności przekaże się w toku 12 lat nauki, tym lepiej. Jakie są jednak możliwości naszej edukacji (również tej na poziomie wyższym)? Opierając się na wspomnianych już badaniach PISA w zakresie umiejętności matematycznych można podać, że w 2003 r. nasi uczniowie zajęli trzecie miejsce wśród krajów z wynikami **po-**

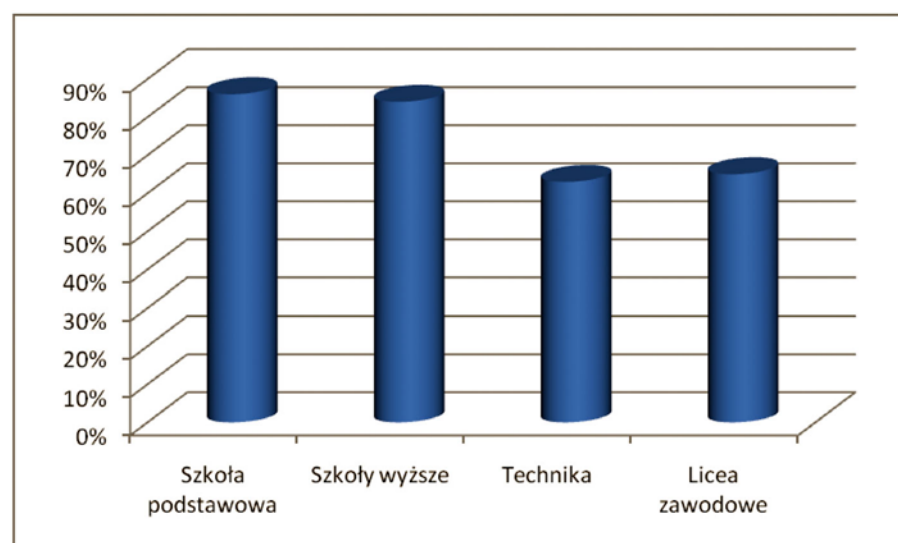
nizej średniej OECD, a w 2006 r. zajęli **ostatnie – najniższe wśród krajów, które znalazły się w grupie wyników średnich**. Problem dla uczniów stanowi wyjście poza znane sobie rutynowe sposoby postępowania, np. prowadzenie rozumowania polegającego na analizie i wyciąganiu z niej wniosków oraz na projektowaniu strategii postępowania.

Tacy właśnie uczniowie trafią do uczelni wyższych, również technicznych. Niezależnie od wymienionych czynników, będziemy musieli stanąć „na wysokości zadania” i działać tak, aby nasza uczelnia w dalszym ciągu cieszyła się dobrą renomą i przyciągała najlepszych maturzystów, będziemy musieli kształcić studentów w sposób nowoczesny, inny od dotychczas przyjętych kanonów. Niezbędna tu jest nowoczesna dydaktyka i metodyka oraz dogłębna wiedza z zakresu najnowszych trendów edukacyjnych w zakresie kształcenia na poziomie wyższym.

Anita Dąbrowicz-Tłaska
Studium Nauczania Matematyki



Wyk. 1. „Jak Pan(i) sądzi, czy egzamin z matematyki na maturze powinni zdawać wszyscy uczniowie, czy też tylko ci, którym jest to potrzebne ze względu na studia wyższe?” (CBOS (BS/160/2001))



Wyk. 2. Badania ankietowe: Odsetek zwolenników obowiązku zdawania egzaminu z matematyki na maturze wśród uczniów i studentów